



ISSN: 2695-480X
SLMFC

Contenido:

Editorial	1
Primer Premio TFM SLMFCE	2
Segundo premio TFM SLMFCE	27

Editan:
Cristina Corredor Lanas
David Pérez Chico

Maqueta:
Patricia García
Rodríguez

Revista de la Sociedad de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia en España

Especial

Septiembre de 2020

Editorial

Estimadas socias, estimados socios:

Como sin duda sabéis, una muy destacada línea de actuación de la Sociedad de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia en España (SLMFCE) es la de dar visibilidad y apoyo al trabajo de nuestros jóvenes investigadores e investigadoras, incluido en especial el de quienes están iniciando su trayectoria. Con este fin, desde 2016 la Junta directiva de la Sociedad ha venido convocando premios a los mejores trabajos de fin de máster presentados en universidades españolas y cuya temática se sitúe en las áreas de interés de la Sociedad.

En esta cuarta edición, abierta en 2020, la convocatoria invitaba a participar a recién titulados y tituladas máster que hubieran defendido su trabajo de fin de máster el curso 2018-2019, con el requisito de que estos trabajos hubieran obtenido una calificación de 9,0 o superior y no se hubieran publicado con anterioridad. Todos los trabajos recibidos se sometieron a un proceso de doble evaluación ciega por parte de especialistas sénior, resultando ganadores los dos que incluimos en esta publicación:

1º) **Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S. Toulmin**

Autora: **Marcia Martínez García**
Máster universitario **Epistemología de las Ciencias Naturales y Sociales—UCM**
Director: Javier Vilanova Arias

2º) **Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden**

Autor: **Víctor Bautista Torres**
Máster interuniversitario en Lógica y Filosofía de la Ciencia-USAL, UGR, Uva.
Directora: María Manzano Arjona

El trabajo de Marcia Martínez García se sitúa en el ámbito de la lógica informal. Estudia el tratamiento que S. Toulmin hizo de los calificadores modales en su seminal obra *Los usos de la argumentación*. Marcia Martínez hace una lectura sistemática de ese tratamiento y lo discute desde el punto de vista de su función argumentativa, en el marco del esquema general de los argumentos del modelo de Toulmin. Teniendo en cuenta la discusión especializada, concluye que la obra referida no llega a ofrecer un

marco unitario y completamente coherente, si bien podría revisarse y reelaborarse con ese objetivo y, en todo caso, sigue siendo una aproximación iluminadora para el estudio de la argumentación y su rol en la justificación racional.

Víctor Bautista Torres trabaja en el ámbito de la lógica formal, para ofrecer un cálculo de secuentes en el sistema modal K de primer orden y mostrar su corrección en la semántica que propone. El lenguaje formal construido se ha ampliado para incluir términos que no denotan y el operador lambda (adoptando la posición clásica de hacer falsas a las fórmulas atómicas que incluyen términos sin denotación.) El sistema formal resultante podría extenderse y expandirse para proseguir la investigación en otras lógicas, e incluso explorarse otros problemas clásicos de filosofía del lenguaje conectados con los problemas de la denotación y la existencia.

Es importante destacar que el nivel de los trabajos recibidos en esta convocatoria ha sido muy alto. Situándose todos ellos en los ámbitos de interés de la SLMFCE, han abordado una amplia diversidad de temas (en filosofía de la ciencia y filosofía de la biología, filosofía de la tecnología y de la inteligencia artificial, epistemología, filosofía de la mente, filosofía del lenguaje, metafísica, filosofía del arte, lógica formal e informal) desde distintos enfoques teóricos, pero siempre con exigencia y rigor académicos.

Con frecuencia, se han situado en un terreno interdisciplinar novedoso y, en general, han sabido tener en cuenta los debates más recientes para esbozar críticamente un punto de vista propio. Son trabajos de iniciación a la investigación que responden plenamente a este objetivo y permiten pronosticar que, si estos jóvenes investigadores e investigadoras reciben el necesario respaldo institucional y material, el estudio e investigación en nuestra área de conocimiento progresará con un impulso renovado. El compromiso de la Junta Directiva de la SLMFCE es seguir contribuyendo, en la medida de nuestras posibilidades, a ese fin.

Presidenta de la SLMFCE en España

Cristina Corredor



PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

Marcia Martínez García

Director: Javier Vilanova Arias

Máster Universitario en Epistemología de las Ciencias Naturales y Sociales-UCM

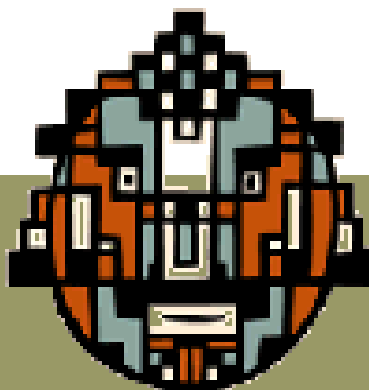
RESUMEN:

El presente trabajo de investigación pretende ofrecer un análisis exhaustivo y reflexivo de la concepción pragmática de los *términos modales* desarrollada por Stephen Toulmin, principalmente en su obra *Los usos de la argumentación* de 1958. El objetivo fundamental es, por tanto, generar un mapeo del tratamiento toulminiano de la *modalidad* desde la perspectiva de su función en la argumentación, que sirva para clarificar dicho tratamiento (expuesto de forma discontinua y fragmentaria en la mentada obra), así como para destacar sus principales virtudes y limitaciones (atendiendo para ello a las recientes aportaciones de los teóricos del campo).

Para obtener dicho objetivo se plantea: en primer lugar, el tratamiento específico de cada uno de los abordajes particulares del tema en cuestión respetando su orden de aparición en la obra, así como un breve tratamiento de las funciones argumentales de la modalidad no explícitamente desarrolladas en ella, pero interpretables como implícitamente contenidas en la misma; en segundo lugar, un análisis del marco general que se puede obtener al enfocar dichos tratamientos parciales desde una perspectiva más general y unificadora; por último, un repaso sumario por aquellas conclusiones obtenidas a lo largo del análisis, tales como: que pese a que la concepción pragmática ofrecida por Toulmin presenta ciertas deficiencias y no logra generar un marco completo y totalmente coherente del rol de la modalidad en la argumentación, su enfoque sigue siendo un terreno fértil desde el que partir para el desarrollo teórico dentro del ámbito de la Teoría de la Argumentación.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	3
2. LAS CONCEPCIONES TOULMINIANAS DE LA MODALIDAD EN LOS USOS DE LA ARGUMENTACIÓN.....	4
2.1 PRIMER ENSAYO.....	5
2.1.1. Términos modales y fases argumentales.....	6
2.1.2. Términos modales y dependencia del campo. <i>Fuerza y criterios</i>	7
2.1.3. Interés y deficiencias.....	8
2.2. SEGUNDO ENSAYO.....	9
2.2.1. Términos modales como calificadores de la <i>fuerza</i> de las aserciones.....	10
2.2.2. Crítica a las concepciones referencialistas de la probabilidad.....	11
2.2.3. Interés y deficiencias.....	12
2.3. TERCER ENSAYO.....	13
2.3.1. <i>Calificadores modales</i> y su función dentro del “Modelo Toulmin”.....	13
2.3.2. Modalidad y diferenciación de los “elementos” de los argumentos.....	14
2.3.3. Interés y deficiencias.....	15
2.4. CUARTO ENSAYO.....	15
2.4.1. La irrelevancia de los modalizadores “lógicos”.....	16
2.4.2. Interés y deficiencias.....	17
2.5. OTRAS FUNCIONES IMPLÍCITAS DE LOS CALIFICADORES MODALES.....	18
2.5.1. El rol heurístico de los términos modales en la “reconstrucción” de la argumentación.....	18
3. EL MARCO CONJUNTO RESULTANTE DE LOS ANÁLISIS TOULMINIANOS DE LA MODALIDAD.....	19
3.1. El marco conjunto, similitudes y continuidades.....	20
3.2. El marco conjunto, limitaciones e incoherencias.....	21
4. CONCLUSIONES.....	23
BIBLIOGRAFÍA.....	24
APÉNDICE: “Modelo Toulmin”.....	25



PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo de investigación se pretende analizar la concepción pragmática de los *términos modales* desarrollada por Stephen Toulmin, la cual se encuentra principalmente expuesta en su obra *Los usos de la argumentación* de 1958.

Dicha obra posee en sí misma una relevancia histórica clara, al ser frecuentemente considerada como una de las obras fundacionales de lo que actualmente se tiende a denominar *Lógica Informal* o *Teoría de la Argumentación*, motivo por el cual ha sido ampliamente estudiada y re-expuesta (siendo de alusión obligada en todos los manuales de Teoría de la Argumentación). Pero sucede que los estudios respecto a la misma, al estar orientados por el interés en explicitar los orígenes disciplinarios del nuevo ámbito de estudio, tienden a focalizarse en aquellos elementos de la obra que más directamente han influenciado el desarrollo de dicha disciplina; destacando la crítica general emitida por Toulmin contra la Lógica Formal (por su inoperatividad en tanto herramienta de análisis para los argumentos “reales”) así como el modelo propuesto por él para la interpretación y valoración de dichos argumentos (el llamado “Modelo Toulmin”); y desatendiendo aquellos planteamientos toulminianos más explícitamente relacionados con cuestiones de epistemología y de revisión de la historia de la Filosofía.

En consecuencia, el análisis toulminiano de la *modalidad* desde la perspectiva de su función en la argumentación se ha tendido a examinar tan solo tangencialmente, consideramos que esto se debe, principalmente, a dos motivos: primero, la poca atención que se le ha dado a la cuestión de la modalidad dentro de los estudios en Teoría de la Argumentación hasta épocas recientes (ya en el siglo XXI) en comparación con otros asuntos. Y segundo, porque se ha solido considerar como suficiente el interpretar la cuestión de la modalidad en Toulmin tan solo en relación con el papel que los *calificadores modales* juegan en su modelo de análisis argumental. Lo cual parece justificable por el hecho de que, pese a la evidente importancia de la cuestión de la modalidad en *Los usos de la argumentación*, obra que tenía como objetivo principal la crítica a las asunciones implícitas de la Lógica y la Epistemología de su tiempo, esta importancia se diluyó en períodos posteriores, una vez que el objeto de estudio pasó a ser, de forma intencional, el análisis de la argumentación (como en la obra, de marcado carácter didáctico, realizada por Toulmin junto a R. Rieke y A. Janik *Una introducción al razonamiento* de 1979).

Nuestro objetivo es, al contrario, exponer el análisis pragmático de la modalidad realizado por Toulmin a lo largo de la obra de una forma más exhaustiva y reflexiva; tratando de mostrar sus virtudes y sus limitaciones, así como de destacar aquellas aportaciones de dicho análisis que siguen resultando fructíferas para las futuras investigaciones en el ámbito de la Teoría de la Argumentación. Lo que se pretende, por tanto, es generar un mapeo de la cuestión que sirva para orientarse en ella, algo que resulta necesario dado que, como veremos,

el tratamiento de la modalidad dentro la obra de Toulmin puede llegar a resultar confuso.

Los objetivos específicos que se persiguen al trazar este mapeo general de la cuestión, más allá de la clarificación de la cuestión misma con vistas a facilitar su comprensión, son los siguientes:

- Evaluar hasta qué punto Toulmin logra trazar un marco explicativo coherente y completo de las funciones que los términos modales desempeñan en la práctica argumentativa.
- Examinar si sus intuiciones en torno a la cuestión de la modalidad pueden resultar valiosas para el desarrollo de la Teoría de la Argumentación Contemporánea.
- Destacar los principales problemas de su concepción de la modalidad a la luz de las críticas recientes que esta ha recibido.

Conviene también aclarar que, aunque la obra de análisis principal sea *Los usos de la argumentación*, no se tratará de reflejar todo el contenido de esta ni de analizarla en su conjunto; así mismo, ciertas cuestiones fundamentales en dicha obra, como la crítica general a la Epistemología de inicios del siglo XX o el desarrollo del “Modelo Toulmin” no se desarrollarán más que en lo necesario para abordar la cuestión que nos interesa. Por tanto, este trabajo no pretende ser un análisis de *Los usos de la argumentación* sino, tan solo, una reflexión en torno a cómo en esta obra Toulmin aborda la cuestión de la modalidad desde una perspectiva pragmática y dialógica. Por este motivo, cabe también señalar que, para agilizar la exposición del tema con el que nos tratamos, se dará por conocido el aparato terminológico toulminiano (algunos de cuyos conceptos se expondrán explícitamente de forma breve solo allí donde resulten necesarios para abordar con claridad la cuestión de la modalidad).

La metodología de investigación que se ha seguido en el presente trabajo ha consistido en el estudio pormenorizado de todas aquellas partes de la obra en las que se aborda la cuestión de la modalidad, en un primer momento atendiendo en exclusiva a la propia obra y, posteriormente, replanteándose la a la luz de las recientes aportaciones de algunos de los pocos autores que han tratado con mayor detenimiento dicha cuestión (ya sea para criticar o defender el análisis toulminiano de la modalidad, o para desarrollarlo “más allá de Toulmin” desde distintas perspectivas); entre ellos destacan: A. Rocci, L. Bermejo, R.H. Ennis y D. Botting.



Por otro lado, para exponer los resultados de la investigación de forma lo más clara posible, se ha optado por dividir la exposición en dos apartados principales y un apartado final de conclusiones. En el primer apartado, se desarrolla, mediante una serie de subapartados, una exposición de las distintas formas en las que Toulmin fue abordando la cuestión de la modalidad en la argumentación; respetando el orden en el que van apareciendo a lo largo de la obra, y añadiendo un último subapartado breve para incluir

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

ciertas funciones argumentales de los términos modales no explícitamente desarrolladas en ella, pero interpretables como implícitamente contenidas en la misma. En el segundo apartado se expondrá como resultado de lo anterior cierto análisis del marco general obtenido, destacando hasta qué punto dicho marco resulta completo y coherente. En el apartado final se trazará un repaso sumario de lo expuesto y se expondrán las conclusiones alcanzadas a través de la investigación, haciendo hincapié en aquello a lo que nos hemos referido anteriormente como los objetivos específicos del trabajo.

Por último, nos interesa explicitar que lo que a continuación se expone pretende ser, ante todo, un ejercicio de clarificación conceptual (y no la propuesta de cierta hipótesis o posicionamiento en torno a la cuestión). Este ejercicio resulta de un marcado interés personal por cuanto la cuestión de la modalidad posee una gran relevancia si lo que se pretende es lograr comprender los planteamientos y la posición epistemológica de Toulmin; y dado que los próximos años se planea realizar una tesis doctoral en torno a las aportaciones de Toulmin a la Lógica Informal y la Epistemología contemporánea (gracias a la concesión de una beca FPU del MICINN), el presente trabajo de clarificación resulta especialmente interesante como punto de partida para nuestras investigaciones venideras.

2. LAS CONCEPCIONES TOULMINIANAS DE LA MODALIDAD EN LOS USOS DE LA ARGUMENTACIÓN



Uno de los principales motivos por los cuales resulta complicado trazar una concepción unitaria de los análisis toulminianos de la modalidad es el hecho de que la obra *Los usos de la argumentación* (en adelante: *Los usos*) está compuesta por un conjunto de ensayos, relacionados, pero realizados de forma autónoma (algunos de ellos publicados en una versión preliminar con anterioridad). En cada uno de los ensayos (que componen los capítulos del libro) el tratamiento de la cuestión de la modalidad, y/o del rol que los términos modales desempeñan en la argumentación, se plantea desde distintas perspectivas en relación con los diversos objetivos específicos que orientan el desarrollo de cada ensayo particular. Motivo por el cual, aunque existan coincidencias de enfoque claramente comunes a todas las aproximaciones a la cuestión de la modalidad (como el plantearse siempre los análisis desde una perspectiva específicamente pragmática influenciada por la *filosofía del lenguaje ordinario*), existen a su vez distintas formas de abordar la cuestión -no siempre evidentemente reconciliables-. Por este motivo, se ha optado por presentar primero una exposición del tratamiento de la cuestión en cada uno de dichos ensayos, para tan solo después preguntarnos por el marco general que se desprende de la contrastación de lo que en cada uno de ellos se ha avanzado. De esta forma, se pasará a continuación a exponer los tratamientos parciales de la cuestión de la modalidad atendiendo a los distintos capítulos en los que dicha cuestión es abordada (lo cual excluye el capítulo final).

Dado que de lo que se trata es, fundamentalmente, de exponer lo que en cada capítulo se identifica con las funciones que desempeñan los términos (o calificadores) modales dentro de la práctica argumentativa (o dentro de la estructura de los argumentos) se establecerán subapartados dentro del tratamiento de cada capítulo que permitan dar cuenta de estas diversas "funciones". Además, se añadirá un último apartado con el fin de explicitar -de forma meramente ilustrativa- otras funciones que parecen poder desempeñar los calificadores modales, en base a las intuiciones toulminianas (aun cuando no aparezcan en la propia obra)¹.

Pero antes de pasar a analizar el primer ensayo, conviene hacer ciertas clarificaciones en torno a las pretensiones generales de Toulmin a la hora de escribir su obra, ya que estas permitirán comprender más adecuadamente el rol que el análisis de la modalidad desempeñará en la misma.

La obra de Toulmin, como él mismo explicitó, no tenía como objetivo el generar una "teoría de la argumentación" sino que su interés radicaba en ofrecer una crítica de las asunciones implícitas (y en su opinión erróneas) de la Lógica y la Epistemología hegemónicas en su tiempo: «De ninguna manera he pretendido exponer una teoría de la retórica ni de la argumentación: mi interés radicaba en la epistemología del siglo XX, no en la lógica formal» (Toulmin, 2003: 9). Así, su interés por la argumentación deriva de su intención de criticar -y ofrecer alternativas ante- el modelo epistemológico tradicional; cuestionando el concepto de racionalidad subyacente al mismo, una de cuyas fallas principales habría sido el basarse en una concepción errada de aquello en lo que consiste la "justificación". Que la Lógica Formal resulte incapaz de dar cuenta de la normatividad propia de la argumentación cotidiana ("real"), e inoperativa a la hora de tratar de evaluar los argumentos reales formulados en el lenguaje natural², se debe, prioritariamente, a que, como la Epistemología, ha adoptado un modelo de racionalidad basado en la idealización del modelo matemático-deductivo de justificación (como único capaz de aportar la necesidad y certeza necesarias para la fundamentación del conocimiento). Frente a esto, Toulmin tratará de aportar algunas sugerencias con vistas a asentar las bases para la generación de un marco alternativo para abordar el estudio de la racionalidad y la justificación³.

1. Conviene recordar que Toulmin no creo la obra con vistas a ofrecer un marco teórico para el análisis de los argumentos, siendo lo que posteriormente pasó a denominarse "Modelo Toulmin" un «fruto imprevisto» de la misma (Toulmin, 2003: 11). Por este motivo, algunas de las funciones que se les pueden asignar a los términos modales, en relación con la evaluación argumental, son fruto de un planteamiento retrospectivo de la cuestión a la luz de posteriores desarrollos del análisis toulminiano (como el de A. Rocci).
2. Desligándose, de esta manera, de una de las metas prioritarias que perseguía, en sus orígenes históricos, la Lógica; para convertirse, según el diagnóstico toulminiano, en una especie de ciencia pura (al estilo de la matemática) que, en su purificación (o tendencia a la formalización) habría perdido la capacidad de tratarse con los asuntos prácticos de la vida humana.
3. Este estudio de la racionalidad humana continuó desarrollándose en sus obras posteriores, como *Human Understanding* (1972), *Cosmopolis: The Hidden Agenda of Modernity* (1990) y *Return to Reason* (2001).

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

De esta forma, bajo la influencia pragmática y contextualista del segundo Wittgenstein y de la *filosofía del lenguaje ordinario*, orientó su crítica a la Epistemología del siglo XX tomando como punto de partida la sospecha de que la normatividad argumental no podía depender, como sostenía la Lógica Formal, de la existencia de ciertas estructuras formales que determinarían (por sí solas) la fuerza justificatoria de los argumentos. Por tanto, a lo largo de *Los usos* Toulmin realiza una crítica por etapas a las ideas de *conclusividad, certeza y validez* propias de la Lógica Formal, la cual, en su opinión, al haber pretendido constituirse como disciplina “científica”, habría perdido la oportunidad de dar cuenta de todos aquellos argumentos no reducibles a la forma del *silogismo analítico* (única forma en la cual dichos criterios “tradicionales” de conclusividad y validez formal podían aplicarse satisfactoriamente). Esto es, la Lógica del momento, al pretender generar teorías formales que permitiesen crear sistemas de criterios invariantes (a-contextuales) y universales para la valoración de los argumentos, tomó la validez formal como el único tipo de validez digna de estudio. En contraposición, lo que Toulmin querrá destacar será la insuficiencia de este criterio de validez que, si bien no deja de ser un criterio importante para el análisis argumental⁴, resulta insuficiente por cuanto la validez realmente importante a la hora de analizar las argumentaciones reales ha de ser siempre una validez sustancial. Esto es, según Toulmin, sin criterios de corrección sustancial no se podrán evaluar los verdaderos méritos de los argumentos, no se podrá juzgar su solidez y fuerza o, incluso peor, todos aquellos argumentos no articulables bajo la forma de los *argumentos analíticos* -es decir, la inmensa mayoría de los argumentos que se generan realmente en el mundo- no podrían llegar a considerarse nunca como “buenos argumentos”, o lo que es lo mismo, su fuerza justificatoria siempre habría de considerarse insuficiente⁵.

4. Al ser un criterio que, de alguna forma, guarda relación con los prerrequisitos (o “formalidades”) necesarias para la producción de un discurso argumentativo significativo e inteligible.

5. Esto sucedería por cuanto, según el paradigma tradicional de la lógica, un argumento *conclusivo* sería aquel con premisas verdaderas y formalmente válido. Es decir, aquel cuya *validez formal* (aquella exclusivamente determinada por los rasgos estructurales o formales de los enunciados que componen los argumentos y, por tanto, solo dependiente de las reglas del lenguaje o del significado de los términos), garantizaría que la conclusión es verdadera (ya que, si sabemos con certeza las premisas, al poder “deducirse” la conclusión mediante puras transformaciones formales de estas, sabríamos también con certeza la conclusión). Según tal paradigma, solo los *argumentos analíticos* (aquellos en los cuales la conclusión puede establecerse mediante puras transformaciones formales) serían conclusivos y satisfactorios en tanto mecanismos de justificación. Todos los argumentos no reducibles al modelo analítico, es decir, todos aquellos argumentos en los cuales se produce un “salto sustancial” entre las premisas y la conclusión (no posibilitando la “deducción formal”), no podrían aspirar a serlo. En contraposición, Toulmin expondrá la necesidad de evaluar los argumentos en base a su *validez sustancial* -aquella que no puede desligarse de la naturaleza del tema a tratar, del contenido de los enunciados que componen el argumento ni del contexto o situación en el que las argumentaciones tienen lugar (Toulmin, 2003: 235)-. Puesto que solo asumiendo esta nueva concepción de la validez argumental se podrán entender los *argumentos sustanciales* -únicos realmente representativos de la práctica argumentativa real (lb.: 169)- como mecanismos legítimos de justificación (no deficientes); como argumentos conclusivos a la misma altura y con los mismos méritos que los analíticos (lb.: 186).

Por tanto, Toulmin rechazará la idea de que la Lógica haya de ser una ciencia formal y planteará la necesidad de desarrollar un nuevo marco disciplinar en el cual se dé cuenta de la validez como un asunto material. Esto implicará, ante todo, que los contextos de enunciación de los discursos argumentativos (las “empresas racionales” en las que se inscriben las prácticas argumentativas reales) así como los “temas” o contenidos de los que tratan, condicionarán los “tipos” de argumentos que se producirían en toda argumentación y, por tanto, que los argumentos no podrán ser evaluados desde modelos abstractos que no incluyan, o tengan en cuenta, estos factores contextuales y materiales. El abandono del proyecto de generar una ciencia lógica (orientada por la “analogía matemática”) se apoya en la idea de que una concepción alternativa de la Lógica es posible -y más coherente con los orígenes clásicos de la propia disciplina-. Así, la crítica toulminiana pasa por proponer una nueva perspectiva de la Lógica, está debería comenzar a ser concebida como una *jurisprudencia generalizada*.

[...] estoy seguro de algo: de que al tratar la lógica como una suerte de jurisprudencia generalizada y al examinar las ideas confrontándolas con la práctica real de la evaluación de los argumentos y no con un ideal filosófico, podremos finalmente construir un cuadro muy diferente del tradicional. (lb.: 28).

La sustitución toulminiana de la “analogía matemática” por la “analogía jurídica” resulta fundamental porque implica que no se puede pretender aspirar a obtener un criterio universal de evaluación racional de los argumentos (que permita juzgar todo argumento con independencia del contexto real en el que la argumentación tiene lugar, de las temáticas que aborde y del tipo de enunciados que la compongan). La analogía jurídica resulta reveladora por cuanto, como sucede en el caso de la jurisprudencia, toda evaluación racional de la “bondad” de los argumentos habrá de tener en cuenta “la naturaleza del caso” en cuestión, no pudiendo ser reducida a un mero análisis formal.

Como veremos, el análisis de los términos modales resultará ser una de las herramientas claves para mostrar que los criterios de evaluación racional de los argumentos han de ser criterios materiales, que permitan dar cuenta de aquellos aspectos de los argumentos reales que no pueden dejar de ser dependientes del contexto y de la “naturaleza del caso” a tratar; y, por tanto, una de las vías críticas esenciales para desarrollar una enmienda a la totalidad del programa de la Lógica Formal y, a través de esta, a las asunciones implícitas de la Epistemología del siglo XX.



2.1 PRIMER ENSAYO

El objetivo perseguido por Toulmin a lo largo de este primer ensayo es el de analizar la variedad de argumentos que se realizan efectivamente en la práctica para, a través de dicho análisis, ver hasta qué punto la forma o estructura de los argumentos varía al emplear cierto tipo de enunciados o argumentos cuando se pasa de un campo de la argumentación a otro.

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

El rol que el análisis de los términos modales va a tener a lo largo del capítulo puede ya empezar a vislumbrarse en el propio título del mismo: *Campos de argumentación y términos modales*. El título parece apuntar a que el análisis pragmático que se realizará de los términos modales servirá para clarificar la idea de que existen múltiples “campos de argumentación” –(*field of argument*)– (y distintos tipos de argumentos en relación con los campos argumentales a los que dichos argumentos pertenecen) y, por tanto, para criticar la idea de que existe un único criterio de “justificabilidad” totalmente independiente de los campos en los cuales la justificación de ciertas tesis concretas acontece. En concreto, el análisis pragmático de los términos modales servirá: por un lado, para trazar un paralelismo entre los aspectos invariantes de la “semántica” modal y los “movimientos argumentativos” constitutivos de la argumentación; y por otro, para crear una distinción fundamental, la distinción entre la *fuerza* y los *criterios de uso* de los términos modales –la cual permitirá ilustrar aquello que en la práctica justificatoria es invariante y aquello en lo que es dependiente del contexto–; distinción esencial que reaparecerá una y otra vez a lo largo de *Los usos*.

2.1.1. Términos modales y fases argumentales

En el inicio del ensayo Toulmin comienza por caracterizar el acto argumentativo como un “acto justificatorio”, la argumentación sería el ejercicio por el cual se dan razones (se justifica) aquello que se asevera: «Creo que se puede argumentar que ésta es, de hecho, la función *primaria* de los argumentos y que el resto de los usos, las restantes funciones que cumplen los argumentos, son en cierto sentido secundarios y respecto al uso justificatorio primario son parasitarios.» (lb.: 30). Pero también quiere hacer notar que los argumentos se elaboran con propósitos diversos: «No todos los argumentos se esgrimen para la defensa formal de una afirmación categórica» (lb.). Es decir, se puede tratar de justificar una gran variedad de aseveraciones, y las razones que habrán de ser aducidas en su favor –así como los “pasos” o transiciones inferenciales que se darán para pasar de ellas a la conclusión o tesis que se asevera– serán de distinto tipo dependiendo de “la naturaleza del caso” (lb.: 32). A Toulmin le interesan los argumentos entendidos como mecanismos justificatorios, y la variedad de argumentos que se producen en las prácticas humanas le hacen ver que la justificación es una cuestión que en buena medida depende del “campo”⁶ en el que el ejercicio justificatorio se desarrolla. Así, por

6. Toulmin ha sido frecuentemente criticado por no dar una noción explícita y clara del término técnico de “campo argumental”. Lo más parecido a una definición conceptual sería la que especifica lo siguiente: «se dice que dos argumentos pertenecen al mismo campo cuando los datos y las conclusiones en ambos argumentos son, respectivamente, del mismo tipo lógico; se dice que proceden de campos diferentes cuando el fundamento (respaldo) o las conclusiones en ambos argumentos no son del mismo tipo lógico.» (lb.: 33) –subrayado propio–. Pero sucedería algo parecido con el concepto de “tipo lógico”, esto es, pretende mostrarse el significado del término tan solo a través de la exposición de una serie heterogénea de ejemplos. Esta cuestión es demasiado extensa para ser abordada en el presente trabajo, pero conviene al menos señalar que en la posterior obra *Una introducción al razonamiento*, el concepto de “campo argumental” suele redefinirse como: “empresa racional”; por lo que parece que una forma de interpretar los “campos argumentales” a los que pertenecen los distintos tipos de argumentos sería (simplificando mucho para evitar introducirse en problemáticas filosóficas complejas) la de entenderlos como ciertos ámbitos en los cuales se dan un conjunto de creencias compartidas en torno a aquello que vale como “razones” y a aquello que se considera un buen procedimiento a la hora de derivar de dichas razones ciertas conclusiones (o justificar ciertas tesis). Esta simplificación resulta suficiente para los objetivos expositivos del presente trabajo.

ejemplo, el tipo de razones que habrá que aducir para justificar una aseveración de tipo moral, legal, científica, etc. no tienen por qué ser del “mismo tipo”. El tipo de hechos hacia los que se apunta cuando se trata de justificar una tesis, o el tipo de argumentos que se elaborarán para ello, dependerán de la naturaleza del problema sobre el que nos pretendamos pronunciar. Por tanto:

Los argumentos justificatorios pueden ser de muchas clases diferentes, de modo que enseguida surge la cuestión de hasta qué punto pueden ser valorados por el mismo procedimiento, en la misma clase de términos y apelando a los mismos estándares. (lb.: 32).

La cuestión clave es, entonces, la relacionada con que: si se asume que existe una diversidad de “campos de argumentación” que determinarían (hasta cierto punto) los procedimientos de justificación y de evaluación racional de dicha justificación, el proyecto de los lógicos tradicionales –crear un criterio de evaluación argumental único y universal bajo la asunción de que todos los elementos argumentales serían invariantes respecto del campo– no se podría seguir sosteniendo. Pero, al mismo tiempo, aunque el proceso de justificación no pueda ser considerado de forma independiente (sin tener en cuenta los campos en los que se desarrolla), no por ello deja de ser uno y el mismo proceso. Es decir, habrá que descubrir cuáles son los elementos propios del ejercicio argumental que están presentes siempre que dicho ejercicio se ejecuta y, al mismo tiempo, explicitar qué tipo de factores varían dentro de dicho ejercicio dependiendo del ámbito en el que acontece.

Llegados a este punto, Toulmin se servirá de la analogía jurídica para comenzar a abordar la cuestión, generando un paralelo entre el proceso argumental y un proceso judicial: «[...] habrá, dentro de un límite, ciertas similitudes generales entre el orden de los procedimientos o trámites adoptados en el enjuiciamiento de los diferentes casos, incluso cuando estos estén relacionados con asuntos muy diversos.» (lb.: 35) –aun cuando otras cuestiones sean muy variables según los diferentes tipos de casos (como el carácter de las pruebas relevantes para cada uno de ellos)–. Esto le permitirá identificar una serie de “fases” que se suceden en toda argumentación (independientemente de “la naturaleza del caso”) tal y como ocurre, así mismo, en los procesos judiciales. Podemos exponer sintéticamente dicho paralelismo e identificación como sigue:

1. La primera fase en el proceso judicial sería aquella «en la que se formula con claridad el cargo o demanda» –y que se correspondería con la etapa inicial de la argumentación en la que se propone una “tesis”⁷–.
2. Una fase subsiguiente «durante la cual se presentan las pruebas o se proporciona el testimonio en apoyo del cargo o demanda» –que se correspondería con la etapa de la argumentación en la cual se dan razones para justificar la tesis propuesta (en la cual se tomarían en cuenta ciertas razones y/o se excluirían otras durante el proceso argumental)–.
3. Una fase final «cuando se otorga un veredicto y se pronuncia la sentencia u otro acto judicial derivado del veredicto» –que se correspondería con la estipulación de si la tesis ha sido correctamente establecida (es decir, si ha sido adecuadamente justificada)–.

7. Que sería la equivalente a la *conclusión* de los argumentos, entendidos desde la óptica tradicional.

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

Acto seguido se opta por caracterizar estas etapas mediante la alusión al «uso de ciertos términos importantes» (lb.: 27), los *términos modales*. A partir de este momento el proceder a seguir por Toulmin será el siguiente: se estudiará el empleo práctico de las expresiones de modalidad para, mediante el análisis de las funciones que estas cumplen en la argumentación, clarificar las distintas “fases” constitutivas de la exposición argumental. Así, el análisis pragmático del uso de los términos modales sirve para ilustrar cómo, por ejemplo, cuando aseveramos algo como “posible” a lo largo de una argumentación, lo que estamos haciendo es comprometernos con el hecho de que lo así calificado es “digno de consideración”. Es decir, se trata de trazar un paralelismo entre la pragmática de los términos modales y una serie de movimientos discursivos (que se corresponderían con los movimientos característicos de las diferentes fases argumentales⁸). De esta forma, se analiza lo que se hace con ciertos términos modales como sigue:

- La utilización de términos modales que se identifican como formando parte de la familia de términos asociados a la “posibilidad” (como “posible”, “se puede”, etc.) implicaría discursivamente que lo que se asevera (cierta hipótesis) debería ser tomado en consideración.
- La utilización de términos pertenecientes a la familia semántica del término “imposibilidad” (como “imposible”, “no se puede”, etc.) implicaría, por el contrario, que lo que se asevera debería ser descartado como hipótesis a tener en cuenta.
- Y la utilización de términos relacionados con la “necesidad” (como “necesario”, “necesariamente”, “deber”, etc.) implicaría que lo que se asevera debería ser completamente aceptado; o que lo que se concluye se concluye inequívocamente (esto es, descartando por completo cualquier otra hipótesis).

Si se interpreta lo expuesto desde el enfoque de la Teoría de los Actos de Habla se podría decir que los términos modales acaban funcionando como “marcadores ilocucionarios” que señalan los distintos tipos de actos ilocucionarios que se producen durante el proceso argumental (las distintas acciones discursivamente relevantes para el mismo), y mostrar cómo estos actos tienden a relacionarse (y sirven para identificar) las distintas fases de la argumentación. Esta parece

8. Este paralelismo no se traza de forma del todo explícita y coherente, aun cuando se avancen ciertas ideas al respecto en la página 37 de *Los usos*, como cuando se habla de que, al tratar cualquier problema, en una primera etapa se han de considerar diversas propuestas (aquellas calificadas como “posibles”); o que en una segunda etapa se pasan a establecer, entre las propuestas iniciales, aquellas que resultan más serias (las más “probables”). Pero, de hecho, lo que muestra la pragmática de los términos modales tal y como es avanzada en este punto de la obra (y que a continuación se expone) no se relaciona de forma explícita con las fases que acabamos de mencionar. Es decir, la caracterización de las fases argumentales, y la caracterización de los movimientos discursivos que la pragmática de los términos modales parece ilustrar no se coordinan de forma a-problemática. No obstante, dado que esta cuestión no vuelve a ser retomada y, por tanto, no resulta tan relevante como la que se tratará en lo que sigue del ensayo, consideramos que no es necesario abordar la posible falta de coherencia entre ambas caracterizaciones en el presente escrito.

ser a grandes rasgos, la primera función relevante que desempeñan los términos modales en la argumentación (aun cuando Toulmin no lo exponga siguiendo esta terminología), la cual resulta relevante para lo que se pretende en *Los usos*, ante todo, porque permite identificar la organización dialéctica (invariante respecto del campo) del acto argumentativo (o justificatorio).

2.1.2. Términos modales y dependencia del campo. Fuerza y criterios.

La primera aproximación al análisis de la pragmática de los términos modales, aun cuando pueda resultar útil al hacer que estos funcionen como indicadores de los movimientos discursivos que caracterizarían las fases del proceso argumental, no sirve para exponer adecuadamente el carácter de la argumentación como un proceder unitario (es decir, como siendo la justificación el mismo tipo de actividad independientemente del campo en el que se desarrolle) pero, pese a ello, contextualmente condicionado. Para lograr este objetivo se requiere de un análisis más detallado de la “semántica” propia de este tipo de términos como vía para ilustrar tanto la “invariancia” como la “dependencia del campo” de los argumentos. Toulmin decidió escoger el verbo modal “no poder” (“cannot”)¹⁰ como objeto de estudio para el desarrollo de dicho análisis. La forma en la que analizará la pragmática propia del término consistirá en la enumeración de una serie de ejemplos heterogéneos a través de los cuales poder mostrar «bajo qué circunstancias hacemos uso de este verbo modal en concreto y qué se entiende que indicamos con él.» (lb.: 43).

Estos ejemplos dan muestra de una serie de situaciones bajo las cuales se establece una tesis que implica una imposibilidad (que alguien “no puede” levantar cierto objeto; que alguien “no puede” llamar a algo de cierta forma; que “no se puede” tener una hermana varón...). En concreto, los ejemplos ilustran distintos tipos de imposibilidades: los dos primeros se referirían a imposibilidades físicas, los dos siguientes a impropiedades terminológicas o de significado y los dos últimos a imposibilidades -o prohibiciones- deónticas (morales y legales). Con ello se muestra que las cosas no son “imposibles” *simpliciter*, sino físicamente imposibles, lingüísticamente imposibles, etc. Es decir, que cuando se califica algo con el término “no poder” (*cannot*) aquello en lo que el término “se basa” -el criterio bajo el cual se puede considerar que su utilización resulta adecuada en un determinado campo- no es

9. Aun cuando no se pretenda generar una teoría en torno al “significado” de los mismos sino «simplemente de elucidar el uso que tienen estos conceptos en el funcionamiento cotidiano de la evaluación de los argumentos» (lb.: 42) resulta evidente que el análisis pragmático de estos términos dará lugar a ciertas consideraciones en torno a su semántica. Motivo por el cual autores como Rocci o Botting interpretan que el análisis toulminiano es, pese a lo que Toulmin parece sugerir en ciertos pasajes, un análisis semántico (y no solo pragmático). Creemos que lo más adecuado, para evitar dificultades interpretativas, es considerar que Toulmin elucida la semántica a través de la pragmática al estilo Wittgensteiniano (según el cual “el significado es el uso”).

10. La elección de este término, como expondremos posteriormente, ha sido frecuentemente criticada.

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

siempre lo mismo en cada uno de sus usos. Pero, a su vez, este análisis permite descubrir que, pese a sus divergencias, existe un patrón común en la utilización del término: «en todos los casos, la proposición sirve, en parte, como orden para descartar una cosa o la otra.» (Ib.: 50). Por tanto, Toulmin considera que lo que los ejemplos ilustran es que los “significados” de las expresiones modales tienen dos aspectos que han de ser tenidos en cuenta, uno invariante y otro dependiente del campo, a los que se refiere como: la *fuerza* de la expresión modal y los *criterios* que rigen su uso.

Por la «fuerza» de una expresión modal entiendo las implicaciones prácticas de su uso: la fuerza de la expresión «no se puede» incluye, por ejemplo, el imperativo general implícito de que una cosa y otra tiene que ser descartada de esta o aquella manera y por tal o cual razón. Esta fuerza puede ser contrastada con los criterios, estándares, razones y motivos a los que nos referimos para decidir en cualquier contexto que el uso de un término modal determinado resulta apropiado. (Ib.: 51).



De esta manera la *fuerza* se presenta como el elemento invariante del significado de las expresiones modales mientras que los *criterios* que rigen el uso de los términos modales serían dependientes del campo. Posteriormente, Toulmin enfatiza esta distinción ape-

lando a otra noción modal, la de “posibilidad”. Así, a la pregunta sobre qué es lo que se quiere decir cuando se califica algo como posible, se responde de la siguiente manera: «Para que una propuesta constituya, por tanto, una «posibilidad» en cualquier contexto ha de «tener lo que hace falta» en orden a ser merecedora de auténtica consideración en *ese contexto*.» (Ib.: 59). Es decir, aunque la *fuerza* del término - que se relaciona con las implicaciones prácticas de su uso - sea invariante (ya que decir que algo es posible es siempre estipular que debe ser tomado en consideración), los *criterios* que rigen su uso dependen del campo (ya que hay diversos tipos de posibilidades y el tipo al que se apele dependerá de “la naturaleza del caso”).

En consecuencia, «poder» y «posible» coinciden con «no se puede» e «imposible» en que poseen una fuerza invariable del campo y unos estándares que dependen de él. Este resultado puede generalizarse, concluyendo que todos los cánones o estándares empleados para criticar y evaluar argumentos dependen en la práctica del campo, mientras que todos los términos de evaluación son invariables respecto del campo en lo que se refiere a su fuerza. (Ib.: 60-61).

Por tanto, como vemos, el análisis de los términos modales nos permite entender algo respecto a los propios argumentos y respecto a la forma en la que su validez justificatoria debería ser evaluada; esto es, el carácter contextual de todo argumento (y argumentación) y, por tanto, la necesidad de criterios materiales de corrección. Así, la explicitación de la “dependencia del campo” hace ver que los argumentos son *argumentos sustanciales* -cuya validez depende de lo que sea el caso en el mundo y no de las relaciones formales entre las premisas y la conclusión-.

Llegados a este punto conviene hacer notar dos cosas: la primera, que ninguno de los dos aspectos del “significado” de las expresiones modales es interpretado en términos referencialistas (lo cual será una constante a lo largo de los análisis toulminianos de los términos modales y, como se verá posteriormente, no carecerá de relevancia filosófica); y la segunda, que -frente a las interpretaciones de algunos de los críticos de Toulmin- el significado de los términos modales no se puede hacer automáticamente equivalente a su *fuerza*, por lo que las críticas que parten de asumir la equivalencia entre significado y *fuerza* se basan en una mala comprensión del análisis toulminiano.

2.1.3. Interés y deficiencias

Tras lo expuesto queda claro que a lo largo del primer ensayo Toulmin otorga a los términos modales dos funciones claras dentro de la argumentación (y su estudio): la de servir para especificar (o realizar) los tipos de movimientos discursivos que se ejecutan a lo largo de la misma (lo cual permite identificar ciertas “fases” como propias de todo proceder argumentativo); y la de servir para ilustrar la “dependencia del campo” como uno de los caracteres propios de todo argumento (mediante la distinción *fuerza/criterios*). Ambas apreciaciones tienen un interés fundamental para el posterior desarrollo de la Teoría de la Argumentación ya que:

1. La comprensión de ciertos términos como “indicadores” de los movimientos discursivos propios del discurso argumentativo puede resultar de interés para todas aquellas aproximaciones, (como por ejemplo las de la *pragmadialéctica*), interesadas en la captación del tipo de “fases” propias del proceso argumental. Y, además, el análisis toulminiano del funcionamiento de los términos modales bajo el cual se identifica su empleo con ciertos actos discursivos (como el de desestimar una hipótesis, concluir algo de cierta forma, etc.), permite comprender algo más acerca de la normatividad propia de los movimientos argumentales dentro de la argumentación entendida como proceso que requiere del cumplimiento de ciertas “formalidades” (Ib.: 67). Ya que las condiciones pragmáticas que determinan el uso de los modalizadores muestran cierta normatividad inherente al discurso argumental, puesto que el no respetar las consecuencias pragmáticas derivadas del uso de ciertos modalizadores implicaría caer en una “inconsistencia pragmática” -que podría llegar a acabar con la significatividad del discurso argumental-, como sucedería en el caso de que se afirmase que algo es imposible y, pese a ello, se continuase empleándolo como razón para justificar una tesis.

2. Las consecuencias contextualistas -para la evaluación racional de los argumentos- derivadas del análisis del funcionamiento de las expresiones modales, tienden a ser aceptadas y consideradas como punto de partida para la mayoría de las teorías generadas desde el paradigma de la Teoría de la Argumentación. Y ello independientemente de que el análisis de los términos modales realizado por Toulmin pueda ser sometido a críticas desde diversas perspectivas. Es más, se han intentado

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

para resolver las deficiencias que parecen estar implicadas en los análisis toulminianos de la pragmática (y/o semántica) de los términos modales, ya sea defendiendo el análisis toulminiano frente a sus críticos (como en el caso de R.H. Ennis¹¹), o mediante el desarrollo de las intuiciones toulminianas -respecto a la explicitación de la dependencia contextual a través del análisis de los modalizadores- bajo la óptica de teorías posteriores (como en el caso de A. Rocci, -empleando la "teoría de la modalidad relativa"-). Lo cual ilustra el interés que la cuestión continúa teniendo para el desarrollo de la Teoría de la Argumentación contemporánea.

Pese a reconocer el interés que siguen teniendo las consideraciones toulminianas conviene también señalar, aunque sea someramente, algunas de las limitaciones propias del análisis toulminiano de las expresiones modales. Para ello vamos a mostrar esquemáticamente los que consideramos como los problemas más relevantes que presenta dicho análisis (a la luz de las críticas de autores posteriores):

Si se entiende que el análisis que Toulmin realiza puede ser comprendido como una elucidación de la semántica de los términos y expresiones modales (derivada de la atención a su pragmática), nos encontramos con que:

1. Parece que la utilización de términos modales siempre implica, esencialmente, la expresión de una *fuerza* (relacionada con las consecuencias pragmáticas de su uso -pudiendo entenderse como *marcadores ilocucionarios*-). Desde esta perspectiva los términos modales no parecen formar parte, en ningún caso, del contenido proposicional de los enunciados a los que pertenecen. Esto resulta problemático, ya que ciertos usos los términos modales parecen pertenecer inequívocamente al contenido proposicional de las tesis (como sucede, por ejemplo, cuando en un enunciado aparecen dos términos modales, como: "necesariamente la probabilidad de que mañana llueva es alta"). En casos de este estilo parece que los *modales epistémicos* permiten incluir otros términos modales dentro del enunciado (los cuales no cumplen la función de indicar movimiento discursivo alguno). Pero el análisis de Toulmin no diferencia entre los usos epistémicos de los modalizadores y cualesquiera otros usos posibles -volveremos a tratar esta cuestión en apartados posteriores-.

2. En relación con lo anterior cabe preguntarse si la fuerza modal se corresponde siempre, como parece sugerir Toulmin, con una "fase" o un tipo de movimiento argumentativo concreto. Algunas de las críticas desarrolladas por autores como D. Botting y A. Rocci parecen sugerir que, frente a lo que Toulmin sostiene, solo

un tipo de expresiones modales pueden hacerse compatibles con dicha sugerencia, aquellas empleadas según su uso epistémico (Rocci, 2008: 1190). Se trata de críticas que indicarían que el análisis de Toulmin requiere, al menos, de cierta reelaboración conceptual para hacerse cargo adecuadamente de la semántica de las expresiones modales.

2.2. SEGUNDO ENSAYO



El objetivo de Toulmin a lo largo del segundo ensayo será el de desarrollar un estudio de la noción de "probabilidad" con vistas a introducir «[...] una serie de ideas y distinciones que pueden arrojar luz sobre las categorías de la evaluación racional.» (Ib.:26), así como para criticar, tomando por base el lenguaje ordinario y un enfoque semejante al de la teoría de los actos de habla, las interpretaciones "objetivistas" y "subjetivistas" de la probabilidad imperantes en su época. Para ello, Toulmin continuará el análisis de los términos modales iniciado en el primer ensayo para mostrar que la interpretación estática (y representacionista) de la semántica de las expresiones de probabilidad no logra dar cuenta del uso de dichas expresiones en el lenguaje ordinario y, por lo mismo, no captura el verdadero rol que estas juegan en el proceder argumental -lo cual imposibilita el desarrollo de criterios evaluativos adecuados-. Toulmin menciona las obras de Kneale y Carnap como referencias clásicas sobre el tema de la probabilidad, pero advierte que, para a quien lo que le interese sea la aplicación de la lógica a los argumentos reales, las cuestiones que dichas obras tratan carecerán de utilidad. Esto es así, sobre todo, porque los autores desatienden los usos cotidianos de esta familia de términos (Carnap reconociendo explícitamente su desinterés por las nociones "pre-científicas" de la probabilidad y Kneale pretendiendo dar cuenta de dicha utilización cotidiana, pero fracasando en el intento). En resumidas cuentas, lo que Toulmin tratará de hacer es ofrecer un análisis de la noción de "probabilidad" para, a través de él, mostrar que tanto Carnap como Kneale se equivocan en sus análisis por descuidar la "función práctica" de los términos modales.

El método a seguir por Toulmin será el siguiente: primero, se realizará un análisis pragmático del uso característico del adverbio "probablemente" para, una vez extraídas ciertas conclusiones, mostrar porqué las teorías matemáticas de la probabilidad deben ser rechazadas y cómo esto no implica, pese a lo Kneale y Carnap parecerían pensar, que se haya de aceptar una teoría "subjetivista". Pasaremos a analizar ambas cuestiones por separado: primero, el análisis del término "probablemente" a través del cual se caracterizarán los términos modales como modificadores de la "fuerza pragmática" de los enunciados; y segundo, la crítica realizada a las concepciones referencialistas de la probabilidad que se sostiene sobre aquel.

11. (Ennis, 2006) Desarrolla una defensa del análisis toulminiano de la forma adverbial "probablemente" con la que pretende desestimar la acusación de que Toulmin acomete una "falacia de los actos de habla" (Searle) y mostrar que la caracterización semántica toulminiana de dicho término resulta superior a cualquier otra alternativa. Defensa que, por otro lado, ha sido matizada y criticada por otros autores como D. Botting y A. Rocci (Botting, 2018) y (Rocci, 2017).

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

2.2.1. Términos modales como calificadores de la fuerza de las aserciones

Toulmin empieza aclarando que, cuando comenzamos a emplear los términos de la familia semántica de la “probabilidad” lo primero que hacemos es aprender a usar el adverbio “probablemente”, y pasa a analizar el “significado” de dicho término a través de dos ejemplos:

- El primero expone la situación en la que un niño debe confirmarle a su compañera de juegos si al día siguiente acudirá de nuevo a jugar con ella, pero no está totalmente seguro de que pueda hacerlo (ya que el que pueda asistir a la cita depende de la hora a la que concluya otra actividad previa). El niño no quiere decir que no asistirá (privándose de la oportunidad de acudir en caso de que le diese tiempo), ni afirmar que asistirá (ya que, de no poder hacerlo, su compañera podría recriminárselo). Entonces su madre le aconseja decirle que “probablemente acudirá” (lo cual le permitiría evitar ambas consecuencias negativas).
- El segundo ejemplo muestra un caso típico de predicción climatológica, en la cual el uso del adverbio “probablemente” permitiría, así mismo, resguardarse de las consecuencias negativas derivadas del posible incumplimiento de lo afirmado.

Como vemos, lo que ambos ejemplos ilustran es un mismo patrón pragmático del uso de la palabra “probablemente”: «De la misma manera que resulta apropiada como medio para expresar compromisos cuyo cumplimiento está sujeto a ciertas condiciones y constricciones, también puede usarse para expresar predicciones sujetas a condiciones y constricciones.» (Ib.: 77).

Lo que Toulmin está haciendo es, siguiendo el patrón de análisis austriano de fórmulas performativas como “yo sé” o “yo prometo” (citado en la página 74 de *Los usos*), tratar de caracterizar el término “probablemente” como un “modificador de la fuerza pragmática” -*ilocucionaria* en términos austrianos- de las aseveraciones. Es decir, los ejemplos le permiten identificar la *fuerza* del término como un medio para matizar aquello que se dice (o nuestros compromisos respecto a aquello que sostenemos). Por tanto, el uso de este término sería una vía pragmática para asumir obligaciones solo bajo ciertos requisitos o matices.

Al decir «S es P» o «Prometo que haré A» me comprometo explícitamente [...] Al decir «S es probablemente P» o «Haré probablemente A», evito explícitamente comprometerme sin reservas, asegurándome de este modo contra algunas de las consecuencias en caso de incumplimiento. (Ib.: 75).

Siguiendo a Toulmin, se podría estipular que el uso de términos modales como “probablemente” tiene como cometido (en la argumentación) el modificar el sentido de la enunciación (del acto de habla). De esta forma, decir “mañana probablemente lloverá” equivaldría a decir -o implicar-: “aserto cautelarmente (o con reservas) que mañana lloverá”. Siendo

esto así, está claro que los calificadores modales, en tanto modificadores de la fuerza ilocucionaria de la aserción, no pueden ser comprendidos como formando parte del contenido proposicional de lo que se enuncia (ya que son un medio para afirmar cautelarmente dicho contenido). Además, si su “significado” consiste en el servir para calificar nuestras aserciones de una cierta manera, el término no “refiere” o “denota” nada. Esto, como veremos posteriormente, resultará fundamental para proponer una comprensión alternativa de la “probabilidad”.



Llegados a este punto, conviene trazar un paralelismo con el análisis toulminiano realizado a lo largo del primer ensayo y decir que lo que Toulmin ha descubierto hasta ahora es la *fuerza* invariante del modalizador; pero aún cabría preguntarse por el otro “elemento” del significado propio de los términos modales, es decir, habría que ver que rol desempeñan, en el caso de las expresiones de probabilidad, los *criterios* que rigen su uso. Toulmin no aborda esta cuestión de una forma del todo explícita -solo la trata tangencialmente tras exponer su crítica a las teorías objetivistas de la probabilidad-, por ello, su exposición al respecto es algo confusa, y convendría clarificarla antes de pasar al siguiente punto.

Tras identificar la *fuerza* de “probablemente” Toulmin señala:

[...] comienza a ponerse de manifiesto que el término modal «probablemente» se usa para señalar que el valor de los datos disponibles como elementos justificatorios y de los argumentos que se tienen a mano es inferior al nivel considerado normal para las pruebas y el argumento. (Ib.: 78).

Esto indica algo sobre las condiciones o criterios que determinan el uso de las expresiones de probabilidad, estas condiciones se relacionan con el hecho de que, en determinados campos, el grado de fuerza que las razones o argumentos con los que contamos para apoyar aquello que aseveramos es menor del que cabría esperar y, por tanto, la aserción necesita ser calificada (para matizar su fuerza); y además, expone algo importante respecto a la relación entre los términos de probabilidad y las evidencias. El tipo de evidencias requerido para apoyar determinadas tesis dependerá del campo argumental, pero dado que la *fuerza* de los términos es invariante respecto de los campos, no se puede concebir que el significado de dichos términos consista en referenciar (elípticamente) cierto conjunto de evidencias (o frecuencias). La relación entre los términos y las evidencias debería comprenderse como la relación existente entre la fuerza pragmática que los usos de los mismos implica y los criterios que rigen la necesidad de calificar (mediante dichos términos) las aserciones en un determinado campo argumental.

De esta forma, durante la argumentación, al justificar una determinada tesis no solo se presentan las razones que la sustentan, sino que se presenta también la propia tesis bajo una cierta “fuerza pragmática” (expresada a través de los calificadores modales), la cual explícita el tipo de apoyo que nuestras razones (y nuestra *garantía* -o “transición inferencial”-) le brindan.

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

Los términos de probabilidad sirven, por tanto, no sólo para matizar las propias aseveraciones, promesas y evaluaciones, sino también para indicar la fuerza que posee el apoyo que motiva la aserción, la evaluación o lo que sea. Es la calidad de los datos o pruebas o de la argumentación a disposición del hablante lo que determina qué tipo de matización puede incluir en sus afirmaciones... (lb.: 125).

En resumen, el análisis del término “probablemente” ha conducido a Toulmin a identificar una de las funciones fundamentales -sino la fundamental- de los términos modales en la argumentación: el uso de los calificadores sirve para hacer una referencia explícita al grado de fuerza que nuestras razones confieren a la conclusión (lb.: 124).

2.2.2. Crítica a las concepciones referencialistas de la probabilidad



Lo que acabamos de exponer será el punto de partida de la crítica toulminiana a las teorías de la probabilidad “objetivistas” y “subjetivistas”. Toulmin se opondrá, como Kneale y Carnap, al *subjetivismo*, es decir, a «la opinión de que las afirmaciones expresadas en términos de probabilidad no son acerca del mundo exterior sino acerca de la actitud del hablante frente al mundo y sus creencias sobre éste.» (lb.: 92). Pero su rechazo de dicha posición se llevará a cabo desde unos parámetros radicalmente distintos a los de aquellos. Según el diagnóstico toulminiano, la perspectiva subjetivista no se sostiene ante el sentido común ya que «no puede ser que lo que únicamente importe sea el grado de convicción del que habla, puesto que en casi todos los asuntos hay un grado de convicción que resulta más razonable que otros.» (lb.: 93). Por este motivo, los “objetivistas” consideran que la probabilidad ha de ser algo más objetivo de lo que los subjetivistas querían admitir y se esmeran por encontrar aquello a lo que la “probabilidad” refiere, esperando hallar una referencia objetiva (y no una subjetiva como sería el grado de convicción del hablante respecto a ciertos contenidos). Pero, al tratar de refutar el subjetivismo por esta vía, los objetivistas siguen planteando la cuestión en los mismos términos que aquellos, unos términos erróneos que terminan por producir quimeras filosóficas sin solución. Lo que ambas posiciones comparten es la ambición por descubrir cuál sería el asunto “real” del que tratan los enunciados de probabilidad, es decir, el comprender los términos de probabilidad como términos denotativos o referenciales. Frente a esto, Toulmin -muy wittgensteinianamente-, trata de deshacer la problemática filosófica sustituyendo la cuestión semántica planteada en términos referencialistas -de cuál es el verdadero significado de la “probabilidad”-, por un análisis pragmático de los usos de los términos de probabilidad.

Una vez que se ha reconocido cómo estos términos sirven, de modo característico, para determinar, matizándola, la fuerza de las aseveraciones y de las conclusiones, resulta difícil seguir tomándose en serio la tarea de hallar un *designatum* para ellos. (lb.: 106).

Lo que sostiene -haciendo uso de su análisis del término “probablemente”- es que el nombre abstracto “probabilidad” «no sólo no nombra algo del tipo que sea, sino que es una

palabra de una clase tal que ni siquiera tiene sentido referirse a ella con [*sic*] una palabra que denota algo, lo sustituye o lo nombra. Por tanto, se pueden hacer objeciones insuperables a cualquiera de los candidatos al título en disputa.» (lb.: 94).

Más específicamente, el error insuperable de ambos posicionamientos consiste en confundir el “significado” del término “probabilidad” con las razones para considerar el hecho como “probable” (o para aseverar que algo es “probablemente” el caso), es decir, no distinguir entre el significado del término y los criterios que rigen su uso. Confundiendo aquello en base a lo cual algo se puede aseverar como siendo probablemente el caso, con aquello a lo que el término refiere. Así, tanto unos como otros, conciben que el término “probabilidad” puede entenderse como teniendo cierto *designatum* (sea este un conjunto de evidencias, de frecuencias relativas o de creencias del hablante); lo cual, como se mostró con anterioridad al hablar del papel que cumplen las evidencias con respecto a las expresiones de probabilidad, es un grave error. Por ejemplo, al decir -como Kneale o Carnap- que la probabilidad de *X* es tal o cual, no nos estaríamos refiriendo ni a la evidencia de que disponemos ni a la frecuencia relativa del hecho que *X* describe; estas evidencias o frecuencias juegan un rol fundamental en la discusión práctica de las probabilidades, pero estas no han de entenderse como el referente (elíptico) de los términos de probabilidad sino como «clases diferentes de razones, a cada una de las cuales se puede apelar, en los contextos y circunstancias apropiados, para apoyar la afirmación de que algo es probable o tiene una probabilidad de tal o cual magnitud.» (lb.: 99). Los problemas filosóficos a los que las concepciones referencialistas se ven abocadas parten, por tanto, de la incorrecta identificación del apoyo que presentan las razones con el “significado” de las expresiones de probabilidad.

Además, la perspectiva subjetivista se puede criticar desde unos parámetros semejantes con mayor especificidad. Se puede arremeter contra ella al exponer que los enunciados modalmente calificados no tratan sobre nuestras creencias o intenciones respecto a lo aseverado, sino directamente sobre aquello que se está aseverando. Así, «decir «probablemente *p*» es afirmar de manera cautelosa, con reservas, esa *p*; no es afirmar que se está provisionalmente dispuesto a aseverar esa *p*» (lb.: 118). O lo que es lo mismo, cuando se dice “probablemente lloverá mañana” lo que se dice es algo sobre el tiempo (bajo cierta matización), no sobre nuestras creencias sobre el tiempo - «lo que podemos inferir sobre lo que se cree está solo implícito» (lb.)-. Es decir, lo que hace que se deba emplear uno u otro calificador modal será la calidad de las evidencias o argumentos a disposición del hablante, pero esto no implica que la tesis calificada verse sobre las creencias del hablante, ya que lo que determina el uso de los calificadores es, en realidad, “el mundo siendo tal y como es” -y por eso los enunciados de probabilidad pueden ser perfectibles¹²-.

12. «Pero es precisamente esto lo que significa que las afirmaciones probabilísticas son objetivas: nuestras estimaciones, tanto de probabilidad como de verdad, son perfectibles mediante información adicional. Si refirieran a la evidencia de un sujeto, no serían perfectibles.» (Bermejo, 2010: 28).

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

De ahí que las cuestiones de probabilidad, como las de verdad, puedan considerarse objetivas sin tener, por ello, que aceptar el erróneo marco tradicional del debate¹³.

2.2.3. Interés y deficiencias

Resulta evidente que las aportaciones realizadas por Toulmin a lo largo de este ensayo pueden ser muy importantes para aquellos interesados en la generación de ciertos marcos teóricos para la evaluación racional de los argumentos (aun cuando este no fuese el propósito principal de Toulmin). Son importantes, en este sentido, por cuanto explicitan el hecho de que la adecuada calificación modal de las tesis es uno de los factores de mayor relevancia a la hora de determinar la “bondad” de un argumento, ya que un buen argumento sería aquel cuya tesis hubiese sido calificada adecuadamente por relación a la fuerza justificatoria que las *razones* -y la *garantía* - le otorgan. Así, según Bermejo, el análisis toulminiano de los calificadores modales provee de un método para determinar las condiciones semánticas de la justificación, ya que:

What we evaluate from this logical-semantic point of view is whether the correctness of the premise and the warrant actually make the conclusion, as qualified in the act of arguing, correct. (Bermejo, 2011: 175).

Esta autora trazará, en una sección de su obra *Giving Reasons*, un marco teórico para la evaluación de la corrección argumental de inspiración toulminiana, en el cual los calificadores modales serán el elemento clave de la evaluación. Eso sí, para ello necesitará incluir una distinción (no contemplada por Toulmin) entre *modalizadores epistémicos* y *modalizadores ontológicos* con vistas a solucionar ciertos problemas propios del análisis toulminiano y utilizar sus aportaciones. No podemos detenernos a exponer su teoría pero conviene, al menos, hacer notar que su proyecto muestra que las aportaciones de Toulmin, bajo ciertas revisiones y desarrollo, pueden tener un papel fundamental dentro de los modelos de análisis producidos dentro del marco de la Teoría de la Argumentación actual. Para terminar, quisiéramos tan solo mostrar una de las más evidentes deficiencias del tratamiento toulminiano de la modalidad del presente ensayo:

Lo primero que convendría señalar es el hecho de que la elección del adverbio “probablemente” como objeto de análisis prioritario ha sido objeto de múltiples críticas. Resulta que los usos adverbiales de las expresiones de probabilidad (siendo según Toulmin los primeros que aprendemos a emplear) son los que mejor reflejarían la “semántica” propia de

13. Decir que las expresiones modales no tienen un *designatum* no equivale a decir que su uso no se rija por unos criterios que, en última instancia, se relacionen con cómo el mundo es (independientemente de que nuestro conocimiento al respecto sea falible y perfectible). De ahí la importancia de comprender toda enunciación atendiendo al contexto y ocasión en la que se produce ya que lo que podría considerarse como una tesis bien calificada en una determinada ocasión puede no considerarse, en otras, de la misma forma; o lo que es lo mismo, el empleo de cierto calificador puede dejar de considerarse como adecuado a la luz de las nuevas evidencias.

dichas expresiones tal y como la interpreta Toulmin; esto es, son los que más evidentemente nos permitirían descubrir el “significado” de dichos términos en base a la captación de sus implicaciones o funciones pragmáticas. El problema emerge cuando aquello que se ha obtenido a través del análisis de la forma adverbial se extrapola para el resto de las expresiones modales de probabilidad (como el adjetivo “probable” o el sustantivo “probabilidad”). Esta extrapolación de resultados se basa en el establecimiento de una continuidad entre el significado del adverbio “probablemente” y el de las demás expresiones de probabilidad en virtud de la similitud de su funcionamiento en el lenguaje ordinario. Pero esta vía como medio para defender la validez de tal extrapolación resulta insuficientemente sólida, dado que se pueden identificar con cierta facilidad usos de expresiones modales que no obedecerían al patrón pragmático de: servir para matizar la fuerza de aquello que se enuncia¹⁴. Por tanto, como diversos autores señalan, parece que: mientras la forma adverbial puede ser explicada adecuadamente en términos de “fuerza” de nuestros actos de habla -de ahí que la defensa de Ennis del análisis toulminiano se refiera, exclusivamente, al uso adverbial “probablemente”-, las formas adjetivas y sustantivas no son tan fácilmente encuadrables dentro de este marco interpretativo, puesto que es difícil no entenderlas (al menos en algunos de sus usos) como refiriendo a las propiedades de ciertas representaciones del mundo. Por este motivo Bermejo habrá de diferenciar, en su desarrollo del marco toulminiano, entre los *modalizadores ontológicos* (que suelen emplearse mediante expresiones adjetivas y sustantivas) de los *epistémicos* (que tienden a representarse mediante la forma lingüística adverbial); los primeros serían aquellos que deberían entenderse por relación a las propiedades de ciertas representaciones del mundo (y no, como los segundos, por relación a las credenciales que se tiene para sostener algo o el valor argumentativo con el que se presenta la conclusión)¹⁵.

Conviene señalar también, siguiendo a Rocci, que hay otra forma de interpretar la generalización toulminiana del análisis de “probablemente” (que parece ser sugerida por el propio Toulmin en ciertos pasajes), que consiste en entender que dicha generalización se basa en una explicación “delocutiva” - como la que Ennis desarrolla en su defensa del análisis toulminiano-. Según esta explicación los usos originalmente performativos estarían en la base de la emergencia de posteriores usos descriptivos derivados (que seguirían evocando siempre, hasta cierto punto, a sus caracteres originariamente

14. Como aquellos usos presentes en el tipo de enunciación mencionada en la página 16 -con el ejemplo: “necesariamente la probabilidad de que mañana llueva es alta”-.

15. Lo cual le permite hacer frente a críticas como las de Botting (Botting, 2018), según las cuales, una de las más graves deficiencias de la propuesta toulminiana es la de no diferenciar la “pragmática” de la “semántica” de los calificadores modales y, a causa de ello, acabar mezclando la cuestión lógica de si un enunciado se sigue de otro con la cuestión práctica de qué se necesita para justificar el uso de un calificador en un contexto dado. La distinción de Bermejo entre *modalizadores epistémicos* y *ontológicos* -y la explicitación de cómo unos y otros se relacionan (haciendo que el empleo adecuado de los epistémicos dependa de la calificación ontológica de las razones y garantías del argumento)- permitiría, a ojos de la autora, superar esta crítica.

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

argumentales). Puede que esta vía no permita solventar el hecho de que puedan existir usos no performativos de las expresiones modales de los que habría que dar cuenta desde patrones no toulminianos, pero dota de una mayor coherencia interna a la aproximación de Toulmin, contribuyendo a su plausibilidad y, por tanto, a su posible desarrollo ulterior dentro de teorías más matizadas.

2.3. TERCER ENSAYO

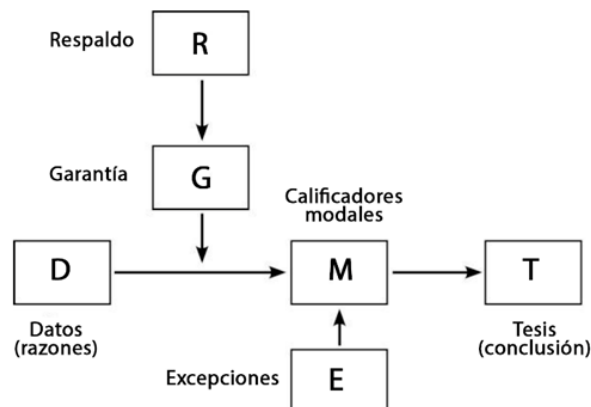
El tercer ensayo *-La forma de los argumentos-*, abordará la cuestión central del tipo de modelo que deberíamos seguir a la hora de exponer y analizar los argumentos «con el fin de que nuestras valoraciones sean lógicamente transparentes; es decir, con el fin de dejar claras las funciones de las diversas proposiciones aducidas en el trascurso de la argumentación.» (Toulmin, 2003: 26). En él Toulmin expondrá, en contraposición con la manera tradicional de presentar los argumentos a través de la forma silogística, lo que actualmente denominamos “Modelo Toulmin”. De lo que se tratará, a grandes rasgos, es de proporcionar un modelo de exposición y análisis argumental que permita dar cuenta de las funciones argumentativas propias de los elementos constitutivos de todo argumento para, desde él, criticar el modelo tradicional por no permitir dar cuenta de dichas funciones y, por tanto, resultar inaplicable a la hora de evaluar las argumentaciones “reales”. La exposición de la superioridad de la nueva forma de organizar los elementos argumentales frente a la tradicional servirá para cumplir con algunos de los objetivos fundamentales perseguido por Toulmin en *Los usos* -a los que nos referimos en la introducción del punto 2.-; será de suma utilidad, sobre todo, para realizar una crítica a la idea de que los argumentos pueden ser juzgados en base a sistemas de criterios invariantes (a-contextuales) y universales; esto es, a la idea de que la validez de un argumento depende (exclusivamente) de su “forma lógica”, lo cual conduce a tratar todos los argumentos a la manera en la que se tratan los argumentos analíticos y, por tanto, a no poder evaluar adecuadamente la validez de los argumentos sustanciales.

Como veremos, el papel que tienen los modalizadores en todo esto resulta fundamental: por una parte, Toulmin situará los términos modales dentro de la estructura de los argumentos, mostrando que desempeñan un papel esencial dentro de esta; por otra, los análisis previos respecto a la pragmática de estos términos servirán para caracterizar las diferencias funcionales de otros elementos constitutivos de los argumentos, como la diferencia entre *Garantía* y *Respaldo* lo cual, como se verá, resulta clave para criticar la forma silogística tradicional de exposición de los argumentos. Dado que muchas de las cosas que se exponen a lo largo del ensayo en referencia a la cuestión de la modalidad ya se han ido avanzando a lo largo de la exposición precedente vamos a tratar de elucidar, tan solo y sucintamente, aquello que resulta “novedoso” con respecto al tratamiento de esta cuestión.

2.3.1. Calificadores modales y su función dentro del “Modelo Toulmin”

Al poco de comenzar el ensayo Toulmin plantea un par de preguntas fundamentales: «¿Cómo debe presentarse un argumento para mostrar las fuentes de su validez?» y «¿En qué sentido la aceptabilidad o inaceptabilidad de los argumentos depende de sus méritos o defectos «formales»?» (Ib.: 130). Para dar respuesta a la primera lo que habrá que hacer es descubrir qué características necesita tener la estructura de los argumentos para «ser transparente desde el punto de vista lógico» (Ib.: 131). Para ello se puede comenzar por tratar de ver si estas características aparecen adecuadamente reflejadas en el modo silogístico de presentación de los argumentos.

La forma silogística es sutil y elegante por su simplicidad, pero si se tiene en cuenta todo lo que se ha ido exponiendo a lo largo de las reflexiones precedentes, resulta claro que dicha simplicidad puede jugar en su contra, esto es, la forma silogística no puede captar la verdadera complejidad estructural que posee todo argumento. Por ello, Toulmin vuelve a recurrir a la analogía jurídica para explicitar el hecho de que la forma lógica de los argumentos es más compleja de lo que se había aceptado hasta el momento y que, por tanto, «para comprender adecuadamente la naturaleza del «proceso lógico», sin duda habremos de emplear un esquema para presentar los argumentos no menos sofisticado del que requiere el derecho.» (Ib.: 132). Lo que se hará, a partir de este momento, será contraponer dos modelos opuestos: el de inspiración matemática, bajo el cual la validez depende de la “forma” de los argumentos, y el de inspiración jurídica, bajo el cual la validez depende del adecuado cumplimiento de las “formalidades” apropiadas (en determinados campos argumentales). Su propuesta respecto a cómo exponer la estructura de los argumentos tomará por base, obviamente, el segundo de estos modelos. Existe una amplia bibliografía respecto al “Modelo Toulmin” por lo que no nos detendremos a exponer su desarrollo, pero aportaremos un esquema visual simple de su estructura -se añade una versión simplificada del mismo en un apéndice con el fin de que quién no esté familiarizado con él pueda comprender mejor lo que sigue).



PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

Como vemos, dentro del nuevo esquema para la presentación de los argumentos existe un lugar diferenciado para lo que Toulmin denomina *calificadores modales* o *modalizadores*. Esto implica que la calificación modal de las *tesis* es uno de los elementos constitutivos de la estructura de los argumentos, lo que significa que cumplen una función particular de la que la presentación de todo argumento debe dar cuenta. Esta función es la de servir para añadir «alguna referencia explícita al grado de fuerza que los datos de los que disponemos confieren a la afirmación realizada en virtud de la garantía» (lb.: 137); sirviendo, por tanto, para matizar la fuerza de la *tesis* al indicar la fuerza que la *garantía* y las *razones* le pueden conferir a la misma.

Si tenemos en cuenta que las *garantías* –en tanto explicitaciones de la regla general o principio (formulado a través de un enunciado hipotético) que autoriza a dar el paso inferencial que conduce desde los *datos* a la *tesis* o conclusión- se «corresponden a los estándares prácticos o cánones de argumentos a los que nos referíamos en capítulos anteriores» (lb.: 135); y más aún, que la autoridad y vigencia de las garantías se basa en los *respaldos* de las mismas –siendo estos enunciados categóricos que justifican por qué la *garantía* ha de ser aceptada para cierto argumento concreto –(siendo siempre “dependientes del contexto”¹⁶), nos encontramos con que los *calificadores modales* son una de las vías más claras a través de las cuales exponer la necesidad de criterios materiales de corrección en la evaluación de los argumentos. Y esto es así porque: dado que la validez de un argumento depende de la fuerza con la que los datos apoyan la *tesis* a través de cierta *garantía* –fuerza expresada a través de la calificación de la *tesis* mediante la utilización de ciertos *calificadores modales* como “necesariamente”, “probablemente”, etc.-; la determinación del tipo adecuado de calificación que merece la *tesis* (y también la propia *garantía*¹⁷) será algo que no pueda ser evaluado en base a criterios puramente formales. Para saber si una tesis ha sido correctamente calificada hay que investigar qué nivel de apoyo justificatorio le brindan los *datos* y *garantía* y esta investigación obliga a atender a los estándares propios del campo (que determinarían el tipo de razones que pueden considerarse como relevantes para tratar cierto asunto concreto, así como el tipo de *garantías* a las que cabría apelar). O más sencillamente, y como ya se exponía a través de los ensayos anteriores, para Toulmin los criterios que determinan el uso de los calificadores modales son dependientes del campo, por lo que su presencia como elemento diferenciado de la estructura de los argumentos indica que la validez de estos no puede reposar exclusivamente en las relaciones formales que guardan entre sí sus distintas partes. De esto se sigue que, a la pregunta respecto a si la aceptabilidad de los argumentos depende de sus méritos o defectos formales, habría que responder con un rotundo no.

16. Ya que, siguiendo los ejemplos del propio Toulmin: una *garantía* general del estilo “casi con total certeza se puede suponer que un sueco no es católico romano” reposaría sobre el *respaldo* “la proporción de los católicos en Suecia es inferior al 2 %”. Mientras que una como “una persona nacida en Bermuda será generalmente súbdito británico” reposaría sobre un *respaldo* que aludiría a la existencia de ciertas leyes y provisiones legales. Por tanto, «el tipo de respaldo al que deberemos acudir para establecer su autoridad [la de la garantía] cambiará radicalmente a medida que pasemos de un campo de la argumentación a otro.» (lb.:141) –encorchetado propio–.

17. Hay que tener en cuenta que las *garantías* suelen contener ellas mismas cierta calificación modal. Así, por ejemplo, cuando Toulmin expone la “expansión” de lo que anteriormente se consideraba como una premisa universal según el modelo de las *garantías*, la nueva formulación refleja la inclusión de un término modal: “Todos los A son B” se podría expresar como “Un A puede con certeza ser tomado como siendo un B”.

Además, dado que distintos tipos de *garantías* permiten “concluir” de diversas formas o, en términos más toulminianos, permiten asignarle un determinado tipo de fuerza a la *tesis*, la diferencia entre los argumentos necesarios y los argumentos probables estará en relación con el tipo de calificador que estemos autorizados a emplear en base al tipo de *garantía* empleado en el argumento. De esta forma, las *garantías* que nos autorizan a aceptar la *tesis* inequívocamente permiten al argumentador calificarla mediante el empleo del término “necesariamente”, mientras que aquellas sometidas a condiciones de excepción o matizaciones solo autorizarán el empleo de términos como “presumiblemente” o “probablemente”. Así, como vemos, los argumentos sustanciales, si se han cumplido una serie de “formalidades”, permitirían concluir con el mismo grado de necesidad que los argumentos analíticos, ya que las *tesis* podrían concluirse inequívocamente en base a criterios no-formales de corrección¹⁸.

2.3.2. Modalidad y diferenciación de los “elementos” de los argumentos

La distinción entre *garantías* y *respaldos* resulta clave para la crítica toulminiana de la forma silogística de presentación de los argumentos. La forma silogística, al no dar cuenta de las diferencias funcionales de estos elementos, confunde aquello que explicita el paso inferencial (de datos a conclusión), con aquello sobre lo que se apoya la legitimidad de dicho paso.

La distinción entre afirmar «Todos o casi todos los A son B» [respaldo] y «puede entenderse que A, con certeza o con casi total certeza, es B» [garantía] queda enmascarada por la simplicidad de la formulación «Todo A es B». De esta manera, una diferencia crucial en la función práctica de los enunciados puede pasar desapercibida por no estar marcada. (lb.: 150). entrecorchetado propio–.

Esto da lugar a una serie de problemas tradicionales en Lógica, como la cuestión referente a si los enunciados del tipo “Todos los A son B” han de entenderse como poseyendo, o no, implicaciones existenciales; pero estos problemas desaparecen tan pronto como se atiende a la distinción *garantías/respaldos* (ya que solo los segundos, en tanto enunciados categóricos sobre hechos, poseerían implicaciones existenciales). Y más aún, la distinción permite diferenciar entre los argumentos analíticos y los sustanciales desde una nueva perspectiva¹⁹, lo cual resulta fundamental por cuanto permitirá a Toulmin articular una crítica más detallada de la idea de validez formal (en la que no podemos detenernos). Lo que queremos hacer notar ahora es la relación que guarda esta distinción con los análisis toulminianos de la modalidad, con vistas a explicitar otro de los papeles esenciales que cumple dicho análisis en *Los usos*.

18. «La división de argumentos entre analíticos y sustanciales resulta, en consecuencia, completamente distinta de la establecida entre los que son concluyentes (necesarios) y los que son provisionales (probables).» (lb.: 186).

19. Siendo *analíticos* aquellos en los cuales «el respaldo para la garantía que lo legítima incluye, explícita o implícitamente, la información transmitida en la propia conclusión» (lb.:167)- de ahí que su validez pueda entenderse como validez formal-; los *sustanciales*, en cambio, serán todos aquellos en los que «el respaldo que apoya la garantía no contenga la información transmitida en la conclusión.» (lb.).

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

La complejidad interna de los argumentos, de la que el silogismo no da cuenta, es «comparable a la que hemos observado en las conclusiones matizadas mediante modales. En este caso, como antes, nos vemos obligados a establecer una distinción entre dos elementos: la fuerza de las premisas universales, cuando son consideradas como garantías y el respaldo que les otorga la autoridad» (Ib.: 146). Es decir, la distinción entre *garantía* y *respaldo* se relaciona con aquella entre la *fuerza* de los modalizadores y los *criterios* que rigen su uso. El paralelismo entre ambas distinciones se traza de forma explícita y resulta ser una de las principales vías para sostener la división entre las funciones argumentales de ambos elementos (en base a la cual se los identifican como elementos diferenciados y propios de toda estructura argumental). Las *garantías* del tipo “puede suponerse con casi total certeza que A es B”, desempeñarían la misma función con independencia del argumento en el que se las emplee; en cambio, aquello en virtud de lo cual se habrá de aceptar dicha *garantía* como una *garantía* apropiada para el tipo de argumento que se realiza, es decir, el tipo de *respaldo*, variará dependiendo de “la naturaleza del caso” a tratar —«también aquí se mantiene el paralelismo con los enunciados modales. Desde este punto de vista [el del *respaldo*], lo importante es el contenido, los hechos, no la fuerza del enunciado «todo...»» (Ib.: 152) -entrecorchetado propio-. Por tanto, de la misma manera en que la *fuerza* de los términos modales resultaba invariante, teniendo el mismo “significado” funcional en cualquier argumento, aun cuando la utilización de uno u otro término modal se basase en ciertos *criterios* (dependientes del campo) «las garantías que presenten la forma «Puede suponerse con casi total certeza que A es B» deben ser válidas en cualquier campo en virtud de ciertos hechos, el tipo de hechos en virtud de los cuales cualquier garantía adquiere vigencia y autoridad variará de acuerdo con el campo de argumentación dentro del cual funciona esa garantía.» (Ib.). Por tanto: al igual que la evaluación de si la utilización de cierto término modal resulta adecuada (en un argumento concreto) implica tener en cuenta los *criterios* que rigen su uso, la evaluación de si una *garantía* ha de ser aceptada como válida (en un argumento concreto) implicaría tener en cuenta el *respaldo* en el que se asienta su autoridad (el cual variará dependiendo del campo). Por este motivo, de nuevo, se puede concluir que los argumentos no se podrán evaluar atendiendo exclusivamente a criterios a-contextuales y universales.

2.3.3. Interés y deficiencias

Consideramos que la importancia de la cuestión de la modalidad para la articulación del “Modelo Toulmin” (y para las críticas derivadas del mismo) ha quedado suficientemente señalada. Además, teniendo en cuenta que la cuestión que reaparece en este ensayo respecto a la “dependencia del campo” de los argumentos como fundamento para la crítica de los criterios universalistas y formales ha sido ya expuesta en apartados previos, a continuación ilustraremos, tan solo, alguna de las posibles deficiencias en el tratamiento de la modalidad presentes en este ensayo.

Lo primero que habría que señalar es que diversos elementos de los argumentos pueden contener términos modales, por lo que no solo la *tesis* es susceptible de calificación modal. Los *datos* que se aportan para apoyar la tesis pueden incluir una matización modal, y dentro de las *garantías* encontramos, con frecuencia, la inclusión de ciertas expresiones modales (por ejemplo: “casi con total certeza se puede suponer que un sueco no es católico romano”). Pero en este ensayo, dado que Toulmin define la función de los *calificadores modales* como la de servir para añadir una referencia al grado de fuerza que los *datos* le confieren a la *tesis* en virtud de la *garantía*, -la cual puede interpretarse a la manera de lo que mostraba el análisis pragmático de “probablemente” (como Toulmin parece sugerir en alguna ocasión) como consistiendo en modificar la fuerza pragmática de lo que se asevera-, está claro que el tipo de explicación que se da del funcionamiento de los términos modales alude, en exclusiva, al papel que estos juegan en relación a las *tesis*. Esta explicación quizá podría dar cuenta también del rol de los términos modales en los *datos* si se los entiende como potenciales *tesis* (en el sentido de que podrían tener que dar razones que apoyen los *datos* y su determinada calificación)-, pero no permite exponer la función que cumplen los modalizadores en las *garantías*. Como destaca Rocci:

[...] these modal expressions appearing in the explicit formulation of the warrants are not given any special name by Toulmin, nor their function is compared explicitly with earlier discussions of the function of the modals in general. (Rocci, 2017: 172).

La cuestión de cómo interpretar la función de las expresiones modales en las *garantías* ha sido abordada por autores como Rocci o J.B. Freeman, los cuales parecen considerar que dicha cuestión no se puede resolver atendiendo exclusivamente lo estipulado por Toulmin en *Los usos*. Para dar cuenta de la función de los calificadores en las *garantías* y, más aún, para exponer la adecuada relación entre las calificaciones de las *garantías* y las de las *tesis*, se requiere de un desarrollo de la teoría toulminiana que añada ciertas y matizaciones -como el realizado por Bermejo (Bermejo:2011)-.

Se podrían señalar algunos otros problemas en relación con posibles incompatibilidades entre lo que se expone en el presente ensayo y lo expuesto en los precedentes, pero dado que trataremos la cuestión de la coherencia general del tratamiento toulminiano de la modalidad en un apartado diferenciado, evitaremos referirnos aquí a ellas con vistas a agilizar la exposición.

2.4. CUARTO ENSAYO

A lo largo del cuarto ensayo se traza una explicación histórica del origen de la divergencia entre el “ideal aristotélico” de la Lógica como ciencia formal al estilo de la geometría y la Lógica en tanto disciplina cuyo objetivo prioritario sería el de permitir evaluar la argumentación real; y se explicitan las ventajas del modelo jurisprudencial sobre el matemático.

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

Más específicamente lo que se criticará es el papel prioritario que históricamente se le ha concedido al estudio del silogismo analítico, a causa del cual las categorías empleadas por la Lógica se habrían concebido bajo un patrón formalista que las haría inaplicables para cualquier argumento no analítico²⁰. Así, lo que Toulmin tratará de demostrar es que, para el estudio de otros tipos de argumentos, necesitamos emplear unas nuevas categorías que permitan dar cuenta de la validez argumental en términos no meramente formales. Por este motivo, una parte importante del ensayo consiste en la realización de una crítica de la noción de “necesidad lógica” y, vinculada con ella, una crítica de las “modalidades lógicas”. Como veremos, esta crítica se sostiene sobre la base de la dependencia contextual de la modalidad expuesta en el primer ensayo, y tiene como consecuencia el rechazo a la comprensión tradicional de las nociones modales.

2.4.1. La irrelevancia de los modalizadores “lógicos”



Los lógicos, al tomar los criterios para la evaluación de los argumentos analíticos (cuyos estándares son independientes respecto del campo de argumentación) como únicos estándares de validez argumental, han generado una concepción tergiversada del significado de las categorías claves para la evaluación racional. En opinión de Toulmin esto es evidente en el tratamiento de las “categorías lógicas generales” y, más aún, en el tratamiento de los “matizadores modales”. Según él: «Una vez que hemos empezado a aplicar un único estándar de validez a todos los argumentos, independientemente del campo, pasaremos con naturalidad a adoptar también criterios únicos de necesidad, posibilidad e imposibilidad.» (Toulmin, 2003: 199). Pero, como ya mostraba el análisis de “no poder” (*cannot*) realizado en el primer ensayo, el uso ordinario de términos modales responde a criterios dependientes del campo, es decir, «las conclusiones se consideran necesarias, posibles o imposibles por razones diferentes» (Ib.: 200); o, lo que es lo mismo -y siguiendo lo que aquel análisis mostraba-, las cosas no son posibles, imposibles o necesarias *simpliciter*, sino lógicamente imposibles, físicamente imposibles, etc. El problema reside en que las modalidades lógicas -es decir las nociones de *necesidad*, *posibilidad* e *imposibilidad* empleadas por los lógicos- al descansar sobre un paradigma formalista restrictivo no permiten dar cuenta de esta relación entre lo que las modalidades expresan y los criterios que determinan su asignación en determinados contextos argumentales. Los únicos criterios que desde tal paradigma determinarían la asignación de ciertas modalidades serían criterios formales de *consistencia* e *inconsistencia* entre los enunciados, dando como resultado las siguientes definiciones de los modalizadores lógicos:

1. «P es lógicamente imposible» significa «P o bien es contradictorio en sí mismo o bien contradice los datos y el respaldo sobre los que estamos argumentando»,
2. «P es lógicamente posible» significa «P no es lógicamente imposible (según se acaba de definir)», y
3. «P es lógicamente necesario» significa «La negación de P es lógicamente imposible (según se acaba de definir)». (Ib.).

Estas definiciones muestran cómo los lógicos, al hacer que la coherencia, la contradicción y la implicación sean lo único en lo que habría que basarse para decidir si los argumentos son válidos, habrían hecho que los criterios que rigen el empleo de los modalizadores solo pudiesen resultar pertinentes para la evaluación de argumentos cuya validez se pudiese establecer sin referencia alguna al contexto de enunciación. Y, al reducir toda validez argumental a validez formal, acabarían por hacernos considerar, frente a lo que dictamina el sentido común, que ningún argumento sustancial puede ser considerado como un argumento realmente válido (Ib.: 203). Más allá de estas consecuencias inaceptables, la crítica de Toulmin a la identificación entre el significado de los modalizadores y las nociones de consistencia e inconsistencia es doble.

Por un lado, como acabamos de mencionar, los criterios basados en la consistencia e inconsistencia (siendo específicos del razonamiento analítico) no se pueden aplicar a la mayoría de los usos ordinarios de los modalizadores -los cuales requieren de sus propios criterios (dependientes del campo)-; ya que si así se hiciese acabaríamos considerando que los argumentos sustanciales (los inmensamente mayoritarios en las argumentaciones reales) no podrían ser considerados como medios adecuados para establecer sólidamente nuestras *tesis*, es decir, ninguno de ellos podría servir para alcanzar conclusiones necesarias²¹. Toulmin considera, por el contrario, que:

Decir que una conclusión es posible, imposible o necesaria equivale a decir que, teniendo en cuenta la naturaleza del problema y de los datos en cuestión, la conclusión debe ser tomada en consideración, rechazada o aceptada por fuerza. De otra parte, los criterios «lógicos» de posibilidad, imposibilidad y necesidad no contribuyen a demostrar que cualquier conclusión de la que nos ocupemos en la práctica puede ser auténticamente posible, imposible o necesaria; al menos siempre y cuando el problema en cuestión nos lleve a utilizar argumentos *sustanciales*. (Ib.:220).

20. Nótese que la crítica que Toulmin pretende trazar contra la Lógica Formal en general no toma en consideración la diversidad de lógicas formales (y sus semánticas propias) tal y como se desarrollaron a lo largo del siglo XX (muchas con posterioridad a la publicación de *Los usos*).

21. Dado que «En el caso de los argumentos sustanciales [...] no hay manera de juntar los datos y el respaldo para implicar la conclusión o para dejar de implicarla: precisamente porque los pasos que se dan son sustanciales» (Ib.: 218), resultaría que «[...]ningún argumento sustancial puede ser necesario, si usamos dicho término en un sentido lógico, y ninguna conclusión sustancial puede seguir necesariamente o con un grado alto de probabilidad.» (Ib.: 200).

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

Como vemos, las modalidades no resultarán relevantes a la hora de decidir cómo habrá de concluir algo en un argumento sustancial a menos que reposen sobre ciertos criterios dependientes del campo y, por este motivo, Toulmin considera que las modalidades “lógicas” resultan irrelevantes. Con ello no está diciendo, no obstante, que carezcan por completo de relevancia dentro de la práctica evaluativa, ya que no se niega su utilidad cuando se aplican (exclusivamente) a los argumentos analíticos y, además, se reconoce que, como ya se explicitaba en el primer ensayo, al relacionarse con los criterios de consistencia lógica, tienen cierta función cuando lo que se trata de evaluar es si se han cumplido las “formalidades preliminares” para la adecuada expresión de un argumento –dado que «la congruencia y la coherencia son prerequisites de la evaluación racional.» (Ib.: 223)-. Pero las modalidades así comprendidas, así como consideraciones formales en general, resultan irrelevantes si lo que se pretende es evaluar “el verdadero mérito” que tiene un argumento y no simplemente si se cumplen los prerequisites para la producción de argumentos inteligibles y significativos. Necesitamos un nuevo tipo de nociones modales que nos permitan hacernos cargo de lo material y contextual a la hora de evaluar los méritos reales de los argumentos ya que: «Las cuestiones prácticas sobre la posibilidad están relacionadas con algo más que la coherencia; y de igual manera, las cuestiones sobre la imposibilidad y la necesidad reclaman un examen que vaya más allá de la mera inteligibilidad y significación.» (Ib.: 221).



Por otro lado, aunque en relación con lo anterior, la definición de los términos modales por relación a la consistencia e inconsistencia no permite exponer el verdadero “significado” de los términos modales; esto es, no permiten dar cuenta de la *fuerza*²² de las nociones modales la cual, como vimos, se corresponde más adecuadamente con las “implicaciones prácticas” del empleo de los modales en la argumentación que con criterios de consistencia formales. Si, como se exponía en el primer ensayo, la utilización del término “imposible” implicaba la estipulación de que algo debía ser excluido, la utilización de “posible” implicaba que algo debía ser tomado en consideración y la de “necesario” que algo debía ser aceptado (inequívocamente); las nociones lógicas de la modalidad no pueden pretender reflejar el verdadero significado de las nociones modales, ya que no pueden dar cuenta de su pragmática. Es más, si entendiésemos que las nociones modales “funcionan” como expone Toulmin –esto es, indicando las consecuencias pragmáticas propias de determinados movimientos discursivos-, correríamos el riesgo «de confundir la posibilidad, la imposibilidad y la necesidad lógicas con otros tipos diferentes y de sugerir, por ejemplo, que una conclusión debe tomarse en consideración, cuando lo único que se ha demostrado es que no entra en contradicción con la información previa.» (Ib.: 224). Los criterios por los cuales se afirma que algo es posible, -en el sentido de que

es algo que ha de ser admitido para futuras consideraciones-, o de que algo es imposible, -en el sentido de que debería ser excluido de la discusión- son casi siempre criterios no-formales (relacionados con “la naturaleza del caso” a tratar). Solo en los argumentos analíticos los criterios formales pueden correlacionarse con las consecuencias pragmáticas del uso de los modales sin conducir a consecuencias que van en contradel sentido común, como que algo haya de ser tomado en cuenta dentro de una discusión por el mero hecho de resultar “lógicamente posible”. Por tanto, el criterio de la consistencia y la inconsistencia solo rige la utilización de los términos modales por relación a ciertos asuntos, los que se pueden plantear en términos analíticos; pero para todos aquellos asuntos tratados mediante argumentos sustanciales, los criterios que rigen la utilización de los términos modales serán criterios no-formales. Por este motivo no se puede considerar que las modalidades lógicas capten el verdadero sentido de los modalizadores ya que no dan cuenta de la distinción entre *fuerza* y *criterios*, al tomar el criterio formal de consistencia como único criterio que determinaría el empleo de los modalizadores.



2.4.2. Interés y deficiencias

La crítica general emitida en contra de los criterios formales como únicos criterios relevantes para juzgar la validez argumental resulta fundamental para los propósitos de *Los usos*, pero lo que en este ensayo se expone -en relación con la modalidad- añade poco a lo ya expuesto, puesto que la idea de dependencia del campo que está en la base dicha crítica ya había sido abordada en ensayos precedentes con bastante profundidad. Por este motivo, las deficiencias que se le podían achacar al tratamiento de la modalidad en aquellos son igualmente aplicables en esta ocasión. Por tanto, a continuación solo vamos a explicitar someramente una de las críticas que cabría hacerle a Toulmin en relación con su ataque a las teorías formales.

Toulmin defiende que las teorías de la Lógica que se basan en criterios de corrección formales aportan poco a la evaluación de los argumentos reales tal y como estos funcionan en la práctica argumentativa cotidiana. Les achaca el no tener en cuenta criterios materiales de corrección y, por tanto, no permitir evaluar cuándo un argumento es “bueno” o “correcto”. Pero se podría decir, en su contra, que las teorías formales basadas en nociones lógicas (como las de la modalidad por él expuestas), no pretenden servir en ningún caso para dar cuenta de aquello; esto es, las teorías formales se preocupan por la cuestión de la validez (formal) de las inferencias que se dan en los argumentos, no por la cuestión de si los argumentos resultantes son correctos o no desde otras perspectivas. La cuestión de la “corrección” de un argumento no es, por ello, reducida a la cuestión de la validez, ya que la “corrección” de un argumento no depende exclusivamente de la validez de las relaciones inferenciales que contiene sino, a su vez, de la corrección o verdad de sus premisas lo cual, como se asume abiertamente, no puede ser determinado por relación a criterios meramente formales.

22. Ni de la relación que dicha fuerza guarda con los criterios que rigen el uso de los términos modales.

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

Toulmin parece difuminar a lo largo de la exposición la diferencia entre lo que sería juzgar la “validez” de las relaciones inferenciales de un determinado argumento con lo que sería juzgar su “corrección” en tanto argumento. La insuficiencia de las teorías formales a la hora de servir para dar cuenta de la corrección de los argumentos en tanto dispositivos justificatorios a través de los cuales apoyamos nuestras tesis, no sería, por tanto, algo que jugase en contra de dichas teorías, puesto que estas pretenderían servir para determinar la validez de la conclusión, no su corrección (en el sentido precedente). Esto no implica, por supuesto, que la tarea de evaluar la corrección de los argumentos no dependa de criterios materiales tal y como Toulmin sostiene, sino, simplemente, que la Lógica Formal no trata de juzgar la corrección de los argumentos en el sentido en el que Toulmin a veces parece indicar. La Lógica tan solo se trata con la evaluación referente a la forma en la que un enunciado se sigue de otro, no con la cuestión práctica de qué se necesita para justificar el uso de un determinado calificador modal en un contexto dado a la luz de una serie de criterios o estándares de conocimiento. Podemos estar de acuerdo con Toulmin con respecto al hecho de que su modelo permite dar cuenta de la segunda cuestión mejor que el modelo que proporciona la Lógica Formal, pero esto no implica que los lógicos hayan considerado que toda justificación racional hubiese de ser evaluada desde parámetros meramente formales, ni que los únicos significados de las nociones modales fuesen los que ellos empleaban -tal y como la crítica de Toulmin parece dar a entender en ciertos puntos por falta de matizaciones-.

2.5. OTRAS FUNCIONES IMPLÍCITAS DE LOS CALIFICADORES MODALES



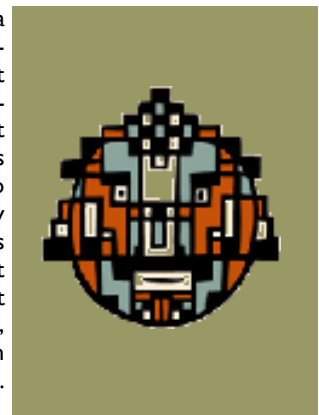
A continuación, expondremos, tan solo de manera ilustrativa, algunas de las funciones que los términos modales pueden desempeñar no ya en la argumentación sino, más bien, en el intento de reconstruir las argumentaciones y analizarlas. Es decir, aquellas funciones que los modalizadores parecen poder desempeñar en tanto herramientas útiles para la identificación y la evaluación argumental. Estas funciones no aparecen explicitadas en *Los usos* ya que, recordemos, en esta obra Toulmin no pretendía ofrecer un marco teórico para el análisis de los argumentos; no obstante, son funciones heurísticas que han pasado a explicitarse a través de posteriores desarrollos de las propuestas toulminianas.

2.5.1. El rol heurístico de los términos modales en la “reconstrucción” de la argumentación

Una de las cuestiones con las que han de lidiar las teorías generadas desde la perspectiva de la Teoría de la Argumentación es la de diferenciar qué tipo de discursos cuentan como argumentaciones y que “trozos” de dichos discursos pueden ser considerados como “argumentos”. Es decir, si se pretende generar marcos para la reconstrucción y evaluación de los argumentos, estos tienen que partir de la posibilidad de diferenciar qué tipos de actos de habla o discursos cuentan como “argumentación”. Para ello, y siguiendo la estela toulminiana, una argumentación suele caracterizarse como un

proceso en el que se dan razones para apoyar lo que se asevera -es decir, como un proceso prioritariamente justificatorio-. Así, cuando argumentamos, no solo estamos tratando de transmitir cierta información o comunicar nuestras creencias, sino que tratamos, simultáneamente, de presentarlas como correctas -mediante la alusión a razones-. Por tanto, como expone Bermejo:

[...] in order to interpret a piece of discourse as argumentation, we must at least recognize the target-claim to be shown correct and the reason by means of which we try to do so [...]. In this sense, to say that a given discourse is argumentation implies that we already interpret that discourse as instantiating, at least partially, the form “reason, so target-claim”. (Bermejo, 2011: 108)



Interpretamos que algo es un argumento cuando podemos identificar al menos dos elementos constitutivos: la tesis y las razones que se aducen a favor de la tesis. Pero, dado que solo podemos interpretar que algo funciona como “razón” para apoyar otra cosa en base a que mantiene con aquello que apoya cierto tipo de relación (una relación inferencial o justificativa), faltaría algo más para identificar que un “trozo” de discurso puede ser considerado un argumento; es decir, faltaría explicitar que lo que en ese “trozo” de discurso se está haciendo es “concluir” algo a partir de algo. Por tanto, para interpretar algo como un acto de argumentación, necesitamos presuponer que entre las razones y la conclusión o tesis se da una relación inferencial (que podría entenderse como la *garantía* toulminiana), relación que formaría parte constitutiva de todo acto argumentativo. De nuevo, según Bermejo:

[...] normally, it is the fact that the speaker has used some epistemic qualifier (like: “probably”, “necessarily”, “evidently,” etc.) or an expression like “so,” “therefore,” “since,” “consequently” etc. that authorizes us to make this presumption, that is, that authorizes us to interpret the speaker’s performance as an act of arguing. (Ib.: 62).



PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

Dado que las *garantías* suelen ser implícitas (es más, según Bermejo deben serlo) la presencia de las mismas como partes constitutivas de aquellos “trozos” de discurso a los que llamamos argumentos puede descubrirse gracias a la presencia de ciertos términos que funcionarían como indicadores de lo que está aconteciendo en un determinado acto de habla. Los conectores como “entonces”, “consecuentemente”, “por tanto”, etc. pueden entenderse como proporcionando una indicación de que lo que está aconteciendo es un acto argumentativo, una inferencia o justificación; pero los modalizadores como “necesariamente”, “probablemente”, etc. servirían también, desde esta perspectiva heurística, para indicar precisamente esto. Los términos modales tienen frecuentemente una doble función, la de ser indicadores lógicos (indicando que se está llevando a cabo un paso inferencial) y la de ser “modificadores” o calificadores de los indicadores lógicos (en el sentido de añadir una referencia al grado de fuerza con el que algo se concluye a través de dicho paso inferencial). Cuando los conectores no aparecen, como en casos del estilo “la temperatura actual es de 35 grados, *probablemente* mañana no bajará de los 20 grados” los términos modales “indican” que se está concluyendo y además “indican” el grado de apoyo que las razones le brindan a la conclusión.



Pero, como se vio a lo largo de la exposición del primer ensayo, Toulmin no solo identifica la pragmática de los términos modales con la realización del movimiento discursivo de “concluir”, sino con la de una variedad más amplia de movimientos discursivos (como el de estipular que algo es digno de consideración, o el de estipular que debe ser excluido). En este sentido, si empleamos la noción pragmatológica de “indicador argumental” -como aquello que es señal de que un particular movimiento argumental puede estar siendo efectuado-, los modalizadores funcionarían como indicadores que servirían no solo para identificar cuando un discurso es un discurso argumentativo sino, también, para reconstruir adecuadamente las argumentaciones en base a los movimientos discursivos que en ellas tienen lugar. Es decir, el rol heurístico de los modalizadores iría más allá de aquel que pudiesen desempeñar otros términos argumentativamente relevantes como los conectores.

Pero, además, el desarrollo de las intuiciones toulminianas respecto a la dependencia contextual de los términos modales permiten dar cuenta de otros roles heurísticos que aquellos podrían desempeñar. En este sentido es particularmente interesante el artículo de Rocci *Modality and its Conversational Backgrounds in the Reconstruction of Argumentation* (Rocci, 2008), ya que en él el autor se propone examinar en qué condiciones los términos modales actúan como “indicadores argumentales” y qué tipo de indicaciones aportan en relación con la tarea de “reconstruir” adecuadamente las argumentaciones. En dicho artículo Rocci realiza una crítica a los análisis de Toulmin destacando algunas de sus principales fallas -como la de no dar cuenta de la diferencia funcional entre los modalizadores epistémicos y otros modalizadores como los ontológicos, deónticos, etc.-, pero, pese a ello,

considera que la comprensión toulminiana de los términos modales como implicando siempre cierto componente contextual puede ser de suma utilidad para atender más adecuadamente al rol que los mismos desempeñan en tanto indicadores a través de los cuales poder realizar una reconstrucción adecuada de los argumentos y las argumentaciones.

Según este autor habría que distinguir entre dos tipos de indicadores argumentales, los *directos* y los *indirectos*. Los *directos* serían aquellos signos que, en algunos de sus usos refieren a movimientos argumentativos (como los conectores); los *indirectos*, en cambio, serían signos que refieren a las “categorías semánticas o pragmáticas correlacionadas con ciertos movimientos argumentativos”. Para él, mientras que los modalizadores epistémicos funcionarían como indicadores *directos* -correlacionándose con ciertos movimientos discursivos de forma directa o con la propia “forma” de los argumentos-, el resto de los modalizadores (o el resto de usos de estos) pueden operar como indicadores *indirectos* que sirven para transmitir cierta información respecto a los esquemas argumentales que se están empleando. Es decir, los modalizadores no epistémicos se relacionan con el nivel de las relaciones de contenido concretas sobre las que descansan los actos argumentativos, por eso pueden servir como indicadores respecto a los tipos de *esquemas argumentales* que se emplean (por ejemplo: la presencia de un modalizador ontológico puede “apuntar” a que se está utilizando un esquema causal, la de uno deóntico, en cambio, apuntaría a esquemas prototípicos del razonamiento práctico, etc.).

En este sentido, la intuición toulminiana respecto a la dependencia contextual de los términos modales (expuesta a través de su diferenciación *fuerza/criterios*) resulta fundamental, pese a que se empleen nuevos marcos interpretativos para desarrollarla, ya que permite entender que los modalizadores (no-epistémicos) pueden desempeñar un rol heurístico importante al señalar el tipo de “trasfondo conversacional” de un argumento y, en relación con aquel, el tipo de *esquema argumental* que se está empleando.

3. EL MARCO CONJUNTO RESULTANTE DE LOS ANÁLISIS TOULMINIANOS DE LA MODALIDAD



Una vez ha sido expuesto el tratamiento toulminiano de la modalidad a lo largo de los diferentes ensayos que componen *Los usos*, exposición en la que hemos tratado de clarificar lo más adecuadamente posible dicho tratamiento -aprovechando para señalar algunas de sus virtudes y desventajas-, es hora de analizar lo que se desprende de ellos desde una óptica más panorámica. Lo que queremos hacer a continuación es tratar de analizar el marco conjunto de la modalidad -en relación con su papel dentro de la argumentación- que se desprende de los diversos tratamientos parciales de la cuestión.

No obstante, conviene hacer notar, antes de nada, que Toulmin no pretendió, en ningún caso, crear un marco explicativo de la modalidad. La presencia constante de la cuestión de la modalidad a lo largo de su obra no refleja la intención de crear algo así como una “teoría de la modalidad” sino que responde, más bien, al rédito crítico que el tratamiento de dicha

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

cuestión aportaba, -en tanto servía para ilustrar la necesidad de criterios de corrección que atiendan al contexto y para rechazar, por ello, los presupuestos subyacentes de la Lógica Formal y la Epistemología del momento-. Por este motivo, lo que a continuación diremos en relación con el marco conjunto que se desprende de los análisis toulminianos, no puede entenderse más que como el intento de mostrar cómo las ideas de Toulmin sobre la modalidad se articulan si se las contempla desde una perspectiva más sistemática. Para ello procederemos como sigue: primero trataremos de mostrar lo que comparten todos los tratamientos de la cuestión de la modalidad, destacando el carácter más uniforme y coherente del abordaje toulminiano de la misma; y segundo, trataremos de ver hasta qué punto el tratamiento de dicha cuestión permite generar un “marco” coherente y completo de las funciones que los términos modales desempeñan en la práctica argumentativa.

3.1. El marco conjunto, similitudes y continuidades

Existen una serie de similitudes y continuidades en el tratamiento toulminiano de las cuestiones de la modalidad en base a las cuales decir que se puede hablar de cierto “marco conjunto” no resulta del todo desacertado.

Para empezar, todos los tratamientos parciales de la cuestión están orientados por un mismo enfoque, esto es, todos tienen por base cierta perspectiva pragmática muy influida por la *filosofía del lenguaje ordinario*. Esta influencia se hace especialmente patente en la metodología toulminiana por cuanto, como se puede notar con facilidad al leer *Los usos*, todos los análisis que se realizan a lo largo de los distintos ensayos siguen siempre un mismo patrón. Estos se apoyan en la exposición de cierto conjunto de ejemplos heterogéneos que sirven para mostrar cómo se usan dichas expresiones en el habla cotidiana a lo largo de múltiples escenarios y contextos; dichos ejemplos sirven como base para elucidar en qué ocasiones y bajo qué criterios se emplean los términos modales, así como para mostrar qué se está haciendo cuando se los emplea -destacando sus consecuencias prácticas-. De esta forma se clarifica, por un lado, la dependencia contextual de los criterios que rigen el uso de los términos y, por otro, las consecuencias prácticas (o implicaciones) derivadas de su uso -que suelen interpretarse como la parte fundamental e invariante de su “significado”-. El análisis de “no poder” (*cannot*) del primer ensayo ejemplifica a la perfección el proceder del autor. Lo que hace Toulmin es, por tanto, un análisis pragmático, no “semántico” -o, en todo caso, se podría decir que este acaba por caracterizar la semántica de los términos a través de la atención (exclusiva) a su pragmática-. Él mismo reconoce en múltiples ocasiones a lo largo de la obra que no pretende realizar un análisis conceptual de los términos, ni dar “definiciones de diccionario”²³. Y en el segundo ensayo la explicitación de que este es el tipo de proceder adecuado se

hace totalmente patente, ya que, al tratarse con la cuestión de la “probabilidad”, expone abiertamente que no pretende realizar un análisis conceptual ni atender a la ontología de la probabilidad, sino que lo que le interesa es, solo, la generación de un análisis de las condiciones pragmáticas del uso de los términos de probabilidad²⁴. Además, la utilización de esta perspectiva y metodología común hace que emerjan una serie de continuidades a lo largo de todos los abordajes parciales de la cuestión, de las cuales nos gustaría destacar, al menos, las dos más evidentes y relevantes:

1. Un fuerte contextualismo.

Como se vio a lo largo de las exposiciones precedentes, Toulmin identifica en todo empleo de las nociones modales, un elemento “contextual” o una referencia al contexto de enunciación y/o al campo de argumentación. Es más, el contextualismo que se desprende de sus análisis de los usos de los términos modales es una de las vías prioritarias a través de las cuales lograr exponer la dependencia contextual y el carácter sustancial de toda argumentación -así como el requerimiento de crear modelos para la interpretación y evaluación de los argumentos que puedan hacerse cargo de dichos caracteres-. En todos los ensayos la pragmática de las expresiones de modalidad sirve para destacar este carácter dependiente y sustancial de la argumentación: sirviendo de base para exponer la dependencia del campo de todo argumento, para criticar las teorías matemáticas de la probabilidad, para generar un nuevo modelo de interpretación argumental o para criticar las categorías abstractas y formalistas de la Lógica Formal.

2. Una interpretación anti-referencialista de las nociones modales.

En relación con lo anterior, debemos hacer notar también, como continuidad fundamental a lo largo de *Los usos*, el hecho de que los análisis de los términos modales permiten, en todos los apartados, mostrar que las concepciones semánticas de las nociones modales en términos referencialistas resultan inadecuadas. En base a esta interpretación marcadamente anti-referencialista de las nociones modales Toulmin tiende a hacer hincapié, a lo largo de *Los usos*, en el hecho de que dichas nociones no pueden entenderse como formando parte del contenido proposicional de aquello que se asevera; ya que su pragmática mostraría que, más bien, dichas nociones sirven para presentar dicho contenido con una determinada “fuerza pragmática” -indicando el grado de compromiso que estamos dispuestos (y autorizados) a tomar respecto al mismo- o para indicar ciertas consecuencias prácticas derivadas de su uso -como medio de presentación de lo que se asevera-. De esta forma, en todos los casos se destaca el carácter performativo de (todos) los términos

23. «Una vez más, no se trata aquí de dar definiciones léxicas, de diccionario, de las palabras «deber», «necesariamente» y «necesidad.» (Toulmin, 2003: 40). La influencia de la filosofía del segundo Wittgenstein se hace también patente en aclaraciones como esta.

24. «Es a partir de un análisis de este tipo como debemos abordar una filosofía de la «probabilidad», más que con cuestiones del tipo «¿Qué es la probabilidad?» y «¿Qué es lo que expresan las afirmaciones de probabilidad? ¿Sobre qué tratan?», si no queremos empezar con mal pie.» (Ib.: 100).

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

modales y se rechaza que se los pueda interpretar como teniendo *designatum* alguno²⁵.

3.2. El marco conjunto, limitaciones e incoherencias

Pese a las similitudes entre todos los tratamientos toulminianos expuestos, en base a las cuales se puede hablar de un cierto marco interpretativo unitario, habría que preguntarse si dicho marco puede ser considerado como “completo” y/o como suficientemente “coherente” -en tanto marco explicativo de los usos argumentales de las nociones modales-.

Respecto a la primera cuestión, y basándonos en la exposición realizada a lo largo de las secciones del punto precedente²⁶, podemos estipular que el marco resultante no resulta del todo completo y esto, ante todo, por lo siguiente:

- I. No permite dar cuenta de todos los usos de los términos modales dentro de la argumentación.



Como vimos, desde los parámetros toulminianos no hay forma de explicar aquellos usos no performativos de los términos modales (como aquellos en los que dichos términos parecen pertenecer inequívocamente al contenido proposicional de los enunciados). Por otro lado, los análisis

toulminianos tampoco permiten dar cuenta de la variedad de usos performativos de los mismos, en el sentido de que, al no diferenciar entre los modalizadores epistémicos y el resto de los modalizadores, tiende a analizar la pragmática de todos los modalizadores según los parámetros de los primeros. Esta, como expusimos, es una de las principales críticas que Toulmin ha recibido, tanto por parte de sus críticos como por parte de sus defensores -o aquellos interesados en continuar desarrollando sus propuestas-. Además, y en relación con lo anterior, la falta de atención respecto a las posibles divergencias funcionales entre los usos de términos modales en sus diversas formas lingüísticas (adverbiales, sustantivas, adjetivas o verbales), también hace que la explicación toulminiana del funcionamiento de la modalidad en la argumentación resulte incompleta -ya que no permite exponer adecuadamente la correlación que tiende a presentarse entre el empleo de las diversas formas lingüísticas y la realización o matización de diversos actos de habla o movimientos discursivos-.

25. Como fuimos mencionando en apartados previos, este elemento común de los análisis toulminianos ha sido uno de los más frecuentes blancos de las críticas respecto a su tratamiento de la modalidad; puesto que se puede descubrir, también mediante análisis basados en el lenguaje ordinario, la existencia de usos no-performativos de los mismos en nuestros discursos. Diversos ejemplos pueden hallarse en el capítulo cuatro de (Rocci, 2017).

26. Una exposición más detallada de lo que se expone a continuación ha sido ya aportada en secciones previas (en los apartados dedicados a evaluar las virtudes y deficiencias de cada tratamiento parcial de la cuestión), por lo que aquí tan solo lo re-expondremos desde una perspectiva más panorámica y sintética.

2. No permite dar cuenta de todos los tipos de calificación modal dentro de los “elementos” de los argumentos.

Como explicitamos en el apartado 2.3.3, cuando Toulmin presenta su nuevo modelo para la interpretación y crítica argumental, tras identificar los *calificadores modales* como uno de los elementos fundamentales de las estructuras de los argumentos, pasa a analizar su rol tan solo por relación a las *tesis*, es decir, atendiendo exclusivamente a la calificación modal en tanto afecta a la *tesis* o *conclusión* de nuestros argumentos (aun cuando dicha calificación sirva para exponer el grado de apoyo que los *datos* y la *garantía* le brindan). Por tanto, no da ninguna explicación en torno a cómo debería entender el empleo de los términos modales cuando estos forman parte de los *datos* o de las *garantías* de nuestros argumentos. A causa de esto, aquellos interesados por la cuestión en torno a qué relación mantienen las calificaciones modales de los distintos elementos entre sí, como Bermejo, se han visto obligados a ampliar el marco explicativo de Toulmin.

Como vemos, el marco toulminiano no es un marco “completo” -puesto que no permite comprender adecuadamente todos los usos de las nociones modales en la argumentación ni, tampoco, todos los roles que desempeñan dentro de la estructura de los argumentos-. Pero conviene revisar ahora, si pese a ello, es un marco suficientemente “coherente” que, por tanto, pueda ser simplemente ampliado a través de ciertas matizaciones y distinciones o si, por el contrario, para su posterior desarrollo demandaría de una revisión más profunda. Consideramos que lo anteriormente expuesto hace que debamos decantarnos preferentemente por la segunda posición dentro de esta dicotomía, puesto que nos parece que se pueden destacar ciertas incompatibilidades e incoherencias al tratar de relacionar los diversos tratamientos de la cuestión de la modalidad. Incompatibilidades que darían peso y plausibilidad a la idea de que el marco toulminiano -pese a sus virtudes e interés- demanda de una revisión profunda para poder seguir siendo desarrollado. Expondremos a continuación, de la forma lo más sintética posible, algunas de las incoherencias más relevantes que hemos detectado.

Si examinamos con cierta atención los análisis pragmáticos de los términos modales realizados en el primer y el segundo ensayo encontramos que, pese a sus similitudes superficiales, no resultan del todo compatibles (pese a lo que Toulmin parece sugerir). Y, puesto que lo que se desarrolla en los subsiguientes ensayos en relación con el tema de la modalidad toma base en dichos análisis, estas incompatibilidades no resultan irrelevantes y deberían ser explicitadas.

Cuando Toulmin realiza el análisis de “no poder” (*cannot*), detecta que habría que diferenciar dos componentes de su “significado”: la *fuerza* invariante respecto del campo argumental, que se correspondería con la estipulación de que algo ha de ser descartado; y los *criterios* dependientes del campo -que reflejarían la diferencia entre los distintos tipos de imposibilidades (físicas, conceptuales...) que determinarían si la utilización del término en determinados contextos

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

resulta adecuada o no-. Mientras que la fuerza del término siempre es la misma en todos los argumentos en los que aparece, los criterios que rigen su uso variarán en cada ocasión en relación con “la naturaleza del caso”. En el segundo ensayo, cuando el objeto de análisis es el adverbio “probablemente”, su *fuerza* se relaciona con el “aseverar cautelarmente o con reservas” aquello que se enuncia -sirviendo para matizar o modificar la fuerza ilocucionaria de la aserción-; pero la cuestión de los criterios no es atendida explícitamente como sucedía en el análisis de “no poder” y parece que se da por sentado que lo que valía para aquel valdría para este. En cambio, si se tratase de llevar a cabo este paralelismo nos encontraríamos con que, en el caso de “probablemente”, parece difícil sostener que este término modal exhiba el mismo tipo de criterios dependientes del campo que “no poder” -al menos en todos los casos en los que se lo puede emplear-. Así, por ejemplo:

Al decir que alguien “no puede” levantar cierto objeto a pulso, que alguien “no puede” llamar a algo de cierta forma, que “no se puede” tener una hermana varón, etc., resulta fácil estipular que el uso de dicho término modal depende, en cada caso, de criterios dependientes del campo (en tanto se basa en imposibilidades de diversos tipos: físicas, lingüísticas, etc.). Pero al decir: “probablemente *puedes* levantar cierto objeto a pulso”, “probablemente *puedes* llamar a algo de cierta forma”, “probablemente *puedes* conseguir la ciudadanía española”, etc., aunque la “naturaleza del caso” sea distinta (y cada uno se base en diversos estándares -como posibilidades físicas, posibilidades lingüísticas, posibilidades normativas-legislativas, etc.-) el uso de “probablemente” no depende de estos criterios dependientes del campo (solo el “poder” que aparece incrustado en el enunciado que “probablemente” modaliza parece depender, como en el caso de “no poder”, de dichos criterios de una forma análoga). Esto es así porque “probablemente” funcionaría como modalizador epistémico, motivo por el cual no mantendría el mismo tipo de dependencia contextual “directa” que aquellos. La adecuada utilización del término “probablemente” no depende de los tipos de “posibilidades” sino del grado de fuerza que presenten las razones en tanto apoyo para la tesis que se sostiene, con independencia de la “naturaleza del caso” a tratar. Esto no quiere decir que no exista cierto componente contextual que haya de ser tenido en cuenta (como Toulmin bien identifica), ya que el tipo de razones relevantes para apoyar la tesis dependerá de la naturaleza del caso, pero la relación entre los estándares contextuales y el término resulta solo indirecta, no como en el caso de “no poder”. Para evaluar si la utilización del término “probablemente” resulta adecuada en un determinado argumento hay que tener en cuenta su rol dentro de dicho argumento y juzgar si con él se refleja adecuadamente el peso o apoyo que las razones le dan a la tesis; no hay que juzgar su adecuación en base al tipo de “posibilidad” o “probabilidad” relacionada con el tema a tratar. En conclusión, como sostiene Rocci de forma clara:

It is true that an adverb like *probably* can be applied to conclusions about all sorts of issues, but its functioning is not affected by the context in the same way in which the functioning of *cannot* is. Using the terminology currently employed in dealing with the semantics of modality, we can say that *probably* always remains an *epistemic* modal independently of the kind of judgment it modifies. (Rocci, 2017: 138)



Además, en términos más generales, la caracterización que se da en ambos ensayos respecto a las funciones argumentales de la utilización de los términos modales no resulta tan transparentemente paralela o análoga como Toulmin parece asumir a lo largo de *Los usos*. Esto es así porque, mientras que en el primer ensayo se caracteriza la fuerza de los términos modales por relación a los diversos movimientos discursivos (cuya realización implicaría el uso de los términos), -como: presentar una hipótesis como digna de consideración (posible), presentar una hipótesis como debiendo ser excluida o rechazada (imposible), presentar una hipótesis como aquella que debería ser aceptada inequívocamente (necesario)...-; en el segundo ensayo se caracterizaría la fuerza de otros términos modales por relación al grado de fuerza que las razones le otorgarían a la tesis o conclusión -como: si las razones nos permiten comprometernos totalmente o sostener la tesis de forma inequívoca, utilizaríamos “necesariamente” para calificar dicha tesis; si las razones solo nos permiten comprometernos o sostener la tesis con reservas, utilizaríamos “probablemente”...-. Además, mientras que en el primero la función de cada término modal se caracteriza por relación a distintas etapas de la argumentación (solo relacionando el término “necesario” con el acto de concluir de cierta forma), en el segundo ensayo tanto los términos “probablemente” como “necesariamente” se entienden siempre por relación al acto de concluir (de concluir de una u otra forma, con más o menos fuerza). Como vemos, ambas caracterizaciones difieren bastante²⁷ y su coordinación requeriría, al menos, de cierta reexposición o reelaboración con el fin de evitar caer en ambigüedades y posibles incoherencias.

27. Su diferencia se podría acentuar aún más si se interpretase, siguiendo a Rocci, que: «In the first essay, modals like possible, cannot and must are illocutionary force indicators rather than illocutionary force modifiers». (Rocci, 2017: 134).

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

Por lo visto hasta ahora sería quizá excesivo tildar este marco general de “incoherente”, ya que parece factible reelaborar sus caracterizaciones de las funciones argumentales de los términos modales para coordinarlas y evitar caer en ambigüedades sin alejarse del todo de las intuiciones toulminianas básicas en las que se sostienen; pero sí habría que sostener que, como mínimo, este marco requiere de cierta reexposición y reelaboración si se pretende hacer de él un marco realmente coherente.

4. CONCLUSIONES

En este último apartado trataremos de exponer de forma concisa las principales conclusiones a las que hemos llegado al tratar de mapear la cuestión de la modalidad en la obra de Toulmin. Esperamos que estas conclusiones sirvan para reflejar sintéticamente lo que hemos ido exponiendo a lo largo del trabajo, así como para explicitar las ideas básicas que se han desprendido al tratar de hacernos cargo de sus objetivos específicos.

1. Lo visto hasta ahora permite afirmar que la cuestión de la modalidad posee un rol esencial en *Los usos*. La reaparición constante de esta cuestión a lo largo de la obra se debe a que, como se ha mostrado, es una de las principales vías seguidas por Toulmin para ilustrar la necesidad de atender a los elementos contextuales con vistas a comprender adecuadamente (y poder evaluar) las argumentaciones. Resultando, por tanto, un elemento fundamental para el desarrollo de su crítica a los presupuestos subyacentes de la Lógica Formal y la Epistemología de la primera mitad del siglo XX. Más específicamente el análisis de la “semántica” (o pragmática) de los términos modales permite:

- Ilustrar tanto la “invariancia” como la “dependencia del campo” propia de los argumentos -mediante la distinción entre la *fuerza* y los *criterios de uso* de los términos modales-.
- Criticar tanto las interpretaciones referencialistas de las nociones modales (como las de las teorías objetivistas de la probabilidad), como la caracterización de las nociones modales propia de la Lógica Formal (bajo la cual dichas nociones se definen en base a un único criterio universal relacionado con los requisitos formales de consistencia entre enunciados).
- Ilustrar las diferencias funcionales de ciertos elementos constitutivos de la estructura de los argumentos, permitiendo distinguir adecuadamente entre las *garantías* y los *respaldos* en los que dichas *garantías* reposan.

2. La exposición de los tratamientos parciales de la cuestión de la modalidad nos permite descubrir que las principales funciones que los términos modales desempeñan en la argumentación son -según Toulmin- básicamente las siguientes:

- La función argumentativa que tiene el empleo de ciertos términos modales es la de indicar que ciertos movimientos discursivos argumentativamente relevantes están teniendo lugar (y/o realizar dichos movimientos -dependiendo de la interpretación que se le dé a este punto-); movimientos tales como: concluir, exponer que algo ha de ser tomado

en consideración, etc. Además, en tanto dichos movimientos se podrían correlacionar con las “fases” características de la argumentación, la atención a la pragmática de estos términos podría ayudarnos a dar cuenta de la organización dialéctica del proceso argumentativo.

- Otra forma de caracterizar su función dentro de la argumentación es la de considerarlos como medios a través de los cuales matizamos la fuerza de aquello que decimos (o de nuestros compromisos con respecto a aquello que aseveramos). El empleo de dichos términos a lo largo de la argumentación permitiría asumir diversos grados de compromiso y resguardarse frente a posibles “incumplimientos”. Su función sería, por tanto, la de modificar o matizar el significado de nuestras enunciaciones o actos de habla -no de nuestros enunciados-, (pudiendo interpretarse como “modificadores de la fuerza ilocucionaria” de las aserciones).
- En relación con lo anterior, aunque desde otra perspectiva, el uso de los calificadores sirve para hacer una referencia explícita al grado de fuerza que nuestras razones o *datos* (y nuestra *garantía*) le confieren a la conclusión o *tesis* de nuestros argumentos. Por tanto, la medida en la que podemos comprometernos con respecto a que lo que aseveramos se cumpla o sea el caso dependerá de la fuerza justificatoria de nuestras razones y *garantías* expresada a través de los *calificadores modales* -a través de los cuales se matizaría la fuerza de las tesis-.

3. Los tratamientos de la cuestión a lo largo de la obra presentan una serie de deficiencias (que se han ido explicitando en relación con cada ensayo particular), entre las que destacan, sobre todo, y de forma más recurrente:

- No tener en cuenta que pueden existir usos no-performativos de los términos modales, ni considerar que estos puedan formar parte, en ciertas ocasiones, del contenido proposicional enunciado.
- No dar cuenta de las diferencias funcionales relacionadas con el empleo de modalizadores epistémicos y el resto de los modalizadores (ontológicos, deónticos, etc.); o de ciertas diferencias existentes entre usos adverbiales, sustantivos y adjetivos de los términos modales.

4. Pese a las deficiencias propias del análisis toulminiano de la modalidad, muchas de sus aportaciones siguen resultando de utilidad en relación con el desarrollo de teorías dentro del ámbito de la Lógica Informal o Teoría de la Argumentación. Tanto su explicitación de la necesidad de atender a factores contextuales y criterios no meramente formales para comprender adecuadamente las argumentaciones, como su demanda de nuevos modelos para la reconstrucción y evaluación de los argumentos son, por algo, frecuentemente interpretadas como uno de los orígenes históricos de un nuevo ámbito disciplinar; y la utilización del “Modelo Toulmin” en numerosas líneas de investigación tanto dentro de la Teoría de la Argumentación como en estudios sobre la comunicación, la Lógica jurídica, etc., es una gran prueba de la amplia influencia de las aportaciones toulminianas. Además, como hemos tratado de destacar, en lo referido a la modalidad sus intuiciones y reflexiones están recobrando -especialmente en la última década- interés y valor; siendo frecuentemente tomadas como

PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

suelo desde el que partir a la hora de generar nuevas aproximaciones al tema por parte de autores como D. Botting, R.C. Pinto, L. Bermejo y A. Rocci

5. Existe cierta continuidad a lo largo de todos los tratamientos de la cuestión que permite considerar que existe un “marco común” de análisis, entre ellas destacan:

La utilización de un mismo enfoque pragmático influido por la *filosofía del lenguaje ordinario* y por la filosofía del segundo Wittgenstein; el empleo de una metodología común a la hora de abordar la cuestión de la modalidad a lo largo de los distintos ensayos; y la consecución de una serie de resultados similares caracterizados por sus consecuencias contextualistas y antireferencialistas.

6. El marco conjunto que se deriva de los tratamientos parciales de la modalidad no se puede concebir como un marco completo del rol de la modalidad en la argumentación. Prueba de ello es que bajo dicho marco no se puede dar cuenta ni de los usos no-performativos de los términos modales, ni de la diversidad de usos performativos; además, tampoco permite explicar todos los tipos de calificación modal en el interior de lo que se considera como los “elementos” que conforman la estructura de los argumentos (ni de las relaciones existentes entre dichas calificaciones).

7. Este marco conjunto tampoco resulta completamente coherente. Dado que si se comparan con cierto detenimiento los análisis pragmáticos realizados en los dos primeros ensayos se descubren ciertas faltas de paralelismo y, además, las caracterizaciones que se da en ellos de las funciones argumentales de los términos modales no resultan del todo semejantes. Motivos por los cuales, para elaborar las intuiciones toulminianas con vistas a crear un marco completo y coherente de la modalidad en la argumentación, se requeriría de cierta revisión y reelaboración.

8. Pese a las posibles deficiencias de la explicación toulminiana de la modalidad en la argumentación, y la necesidad de un desarrollo ulterior para generar un marco completo y coherente de la misma, su aproximación a la cuestión continúa resultando fructífera y algunas de sus aportaciones gozan de cierta aceptación generalizada. Por este motivo, parece que Toulmin logró aproximarse bastante a sus pretensiones, ya que este no pretendía generar un marco explicativo completo de la modalidad ni una “teoría de la argumentación” sino, tan solo, abrir un nuevo camino señalando algunos de los derroteros que convendría comenzar a transitar para lograr captar el verdadero sentido de la argumentación y la justificación racional. Al final de la introducción de *Los usos*, Toulmin expuso claramente el alcance de sus pretensiones:

[...] estoy seguro de algo: de que al tratar la lógica como una suerte de jurisprudencia generalizada y al examinar las ideas confrontándolas con la práctica real de la evaluación de los argumentos y no con un ideal filosófico, podremos finalmente construir un cuadro

muy diferente del tradicional. *A lo máximo que aspiro es a que alguna de las piezas cuya figura he dibujado aquí conserve un lugar en el mosaico cuando esté completado.* (Toulmin, 2003: 28). -cursiva propia-

Retrospectivamente no podemos más que afirmar que, en este sentido, Toulmin logró alcanzar sus objetivos.

BIBLIOGRAFÍA

Fuentes primarias

TOULMIN, S. (1950). «Probability». En: *Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volume XXI, Physical Research, Ethics and Logic*. Londres: Harrinson and sons, LTD., Pp. 27-62.

–(1953). «What kind of discipline is logic». En: *Proceedings of the XIth International congress of Philosophy. Logic, philosophical analysis, philosophy of mathematics*, Vol V, Amsterdam: North-Holland publishing company, pp. 7-11.

–(2003). *Los usos de la argumentación*. Barcelona: Península.

TOULMIN, S., RIEKE, R. & JANIK, A. (2018). *Una introducción al razonamiento*. Lima: Palestra Editores.

Fuentes secundarias

AUSTIN, J. (1982). *Como hacer cosas con palabras: palabras y acciones*. Barcelona: Ediciones Paidós.

BERMEJO-LUQUE, L. (2011). *Giving reasons: a linguistic-pragmatic approach to argumentation theory*. London New York: Springer.

–(2010). «El programa de los usos de la argumentación de Stephen Toulmin». En: MARAFIOTI, R y SANTIBAÑEZ, C (coord.). *Teoría de la argumentación: a 50 años de Perelman y Toulmin*. Buenos Aires: Biblos, pp.17-38.

–(2006). «Toulmin’s model of argument and the question of relativism». En HITCHCOCK, D. y VERHEIJ, B. (eds). *Arguing on the Toulmin Model: New Essays in Argument Analysis and Evaluation*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 71-87.

BOTTING, D. (2018). «Toulmin’s modal qualifiers: “probably”». *Revista Iberoamericana de Argumentación*. Vol.16, pp.33-68.

–(2017). «Toulmin’s Logical Types». *Argumentation*. N°31, pp.433-449.

ENNIS, R. H. (2006). «Probably». En: HITCHCOCK, D. y VERHEIJ, B. (eds). *Arguing on the Toulmin Model: New Essays in Argument Analysis and Evaluation*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp.145–164.

GARSON, J. (2013). *Modal logic for philosophers*. New York, NY: Cambridge University Press.

HITCHCOCK, D (2000). «The Significance of Informal Logic for Philosophy». *Informal Logic*, Vol.20, N°20: pp.129-138.

PINTO, R.C. (2007). «On Understanding ‘Probably’ and Other Modal Qualifiers». Ossa Conference Archive. Paper 116 [en línea]. Ontario: Universidad de Windsor, <http://scholar.uwindsor.ca/ossaarchive/OSSA7/papersandcommentaries/116>, [Consulta: 20 Julio. 2019].

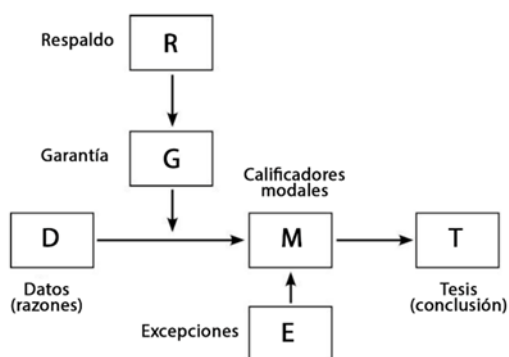
PRIMER PREMIO: Lógica Informal y modalidad. La concepción pragmática de las nociones modales en la Lógica Informal de S.Toulmin

ROCCI, A. (2017). *Modality in argumentation: a semantic investigation of the role of modalities in the structure of arguments with an application to Italian modal expressions*. Dordrecht, the Netherlands: Springer.
 -(2008). «Modality and its Conversational Backgrounds in the Reconstruction of Argumentation». *Argumentation*. N°22, pp.165-189.

4. **Respaldo**: es el enunciado categórico (sobre hechos) sobre el que descansa la autoridad y vigencia de la *garantía*. Es el enunciado que permite justificar la validez de una cierta *garantía* cuando esta se pone en entredicho, como cuando se pregunta ¿por qué hay que aceptar la regla general de la garantía? -El tipo de respaldo al que hay que acudir para establecer la garantía suele variar dependiendo del campo de argumentación-.

APÉNDICE

“Modelo Toulmin”²⁸



5. **Calificador modal**: sirve para añadir “alguna referencia explícita al grado de fuerza que los datos de los que disponemos confieren a la afirmación realizada en virtud de la garantía” (Ib.: 137) -su función es la de matizar la fuerza de la Tesis al indicar la fuerza conferida por la garantía en el paso inferencial adoptado-.

6. **Condiciones de excepción**: Sirven para apuntar las circunstancias en las que la autoridad general de la garantía debe dejar de ser aceptada. Por ello se relacionan directamente con los *calificadores modales*, ya que ambos se originan a raíz del hecho de que muchas garantías no autorizan a esbozar una conclusión de forma inequívoca (sino bajo cierta calificación y ciertas condiciones de excepción).

1. **Tesis**: aquello que se asevera (y pasa a justificarse) -o aquello que se concluye mediante el argumento.

2. **Datos**: son las “razones” o “bases”, en tanto elementos justificatorios de la tesis. Serían aquello que alegamos cuando al aseverar una tesis se nos pregunta “¿Con qué más cuentas?”.

3. **Garantías**: son la explicitación de la regla o principio que autorizaría el paso inferencial que conduce desde los datos a la tesis; y tendrían la forma de un enunciado hipotético de carácter general del tipo “si D, entonces T” (o “Datos tales como D permiten extraer conclusiones o realizar afirmaciones tales como T”). Sería aquello que alegamos cuando al aseverar una tesis y el apoyo que ciertos datos le brindan se nos pregunta: “¿Cómo has llegado hasta ahí?”. “(Obsérvese que estas «garantías» corresponden a los estándares prácticos o cánones de argumentos a los que nos referiríamos en capítulos anteriores)”. (Toulmin, 2003: 135).

www.solofici.org

SOCIEDAD DE
LÓGICA,
METODOLOGÍA Y
FILOSOFÍA DE LA
CIENCIA EN
ESPAÑA

28. En esta presentación simplificada empleamos el esquema visual presentado en la obra *Una Introducción al Razonamiento* -por ser más claro en la diferenciación de los elementos- pero con la terminología seguida por Toulmin en *Los usos* (en su versión traducida al español).

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

Víctor Bautista Torres

Máster interuniversitario en Lógica y Filosofía de la Ciencia-USAL, UGR, UVA.

Directora: María Manzano Arjona

Contents

I Introducción.....	27
II Lógica Modal de Primer Orden (FOML).....	27
I El lenguaje formal.....	27
1.1 Elementos del lenguaje formal.....	27
1.1.1 Símbolos primitivos del lenguaje formal.....	28
1.1.2 Expresiones del lenguaje formal.....	28
1.2 Estancias libres y ligadas de variables en las fórmulas.....	28
2 Semántica para FOML: Modelos de dominios variables.....	28
2.1 Dominios variables.....	29
2.2 Interpretación en un marco de dominios variables... ..	29
2.3 Modelo de dominios variables.....	29
2.4 Asignación y asignación variante.....	29
2.5 Denotación de términos y predicados en modelos de dominios variables.....	29
2.6 Verdad en un mundo en modelos de dominios variables.....	29
2.7 Proposición 2.7.....	30
2.8 Proposición 2.8 Verdad de una fórmula cerrada en un mundo de un modelo.....	30
2.9 Validez en un modelo, en un marco, y L-validez.....	30
3 Designación y Existencia.....	30
3.1 Acercamiento Formal a la designación.....	31
3.1.1 Interpretación NoRígida.....	31
3.1.2 Aparato formal de la designación contemplando la parcialidad.....	31
3.2 Designación y Existencia. Una contrapartida sintáctica.....	32
3.2.1 Propiedad de Designación.....	32
3.2.2 Propiedad de Existencia y Propiedad de No Existencia.....	33
3.2.3 Relación entre las propiedades de Designación, Existencia, y No existencia.....	33
III Cálculo de Secuentes y Teorema Corrección.....	34
4 Sustitución de variables por términos.....	34
4.1 Lema 4.1 Lema de Sustitución para variables.....	35
5 Reglas del sistema, y reglas del cálculo de secuentes.....	35
5.1 Reglas del sistema.....	35
5.2 Reglas del cálculo.....	35
6 Corrección del Cálculo.....	36
6.1 Prueba y teorema.....	36
6.2 Interpretación de los secuentes.....	37
6.3 Teorema de Corrección.....	37
6.3.1 Caso en el que la prueba consta de un solo paso.....	37
6.3.2 Casos en los que la prueba consta de más de un paso.....	37
IV Resultados, conclusiones y proyección futura.....	39
V Bibliografía.....	39

Resumen / Abstract



El siguiente TFM presenta una semántica con cuantificación actualista para la Lógica Modal de Primer Orden; esto es: los dominios de cuantificación pueden ser distintos de un mundo a otro. Además, esta semántica permite que haya términos que no denotan. Esto es posible porque, al trabajar con lógica modal, la "verdad en un modelo" se convierte en "verdad en un mundo de un modelo". Entonces, al interpretar términos en un mundo, puede ser que lo que denotan pertenezca al dominio local (el dominio del mundo donde se están interpretando); que pertenezca al dominio del modelo (fuera del local); o que no denoten ningún elemento del dominio del modelo.

Además, es posible ofrecer un tratamiento sintáctico de la denotación de términos y la existencia de los objetos que son denotados. Para ello será necesario añadir una relación binaria entre términos que interpretaremos como la identidad entre los objetos del dominio del modelo que tales términos denotan en el mundo de evaluación.

Finalmente, se expondrá un cálculo de secuentes que se apoya en la contrapartida sintáctica de la denotación para dar las reglas de los cuantificadores y el abstractor. Tras proporcionar las reglas de este cálculo, se probará Teorema de Corrección.



The following TFM presents a semantics with actualist quantification for FOML; this is: the quantification domains can differ from one world to another. Also, this semantics allows to work with terms that do not denote. This is possible because, when working with modal logic, the "truth in a model" becomes "truth in a world of a model". Then, when interpreting terms in a world, they may denote objects which belongs to the local domain (the domain of the world where they are being interpreted); to the domain of the model (outside of the local domain); or do not denote anything in the domain of the model.

Also, it is possible to offer a syntactic treatment of the denotation of terms and existence of objects that are denoted. For this it will be necessary to add a binary relation between terms which we will interpret as identity between objects of the domain of the model which are denoted in the world of evaluation by the terms.

Finally, a sequent calculus will be exposed which uses the syntactic counterpart of the denotation to give the rules of the quantifiers and the abstractor. After providing the rules, Soundness Theorem will be proven.

Palabras clave: 1) Parcial 2) Denotación 3) Existencia 4) Secuente

Key words: 1) Partial 2) Denotation 3) Existence 4) Sequent

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

Parte I



INTRODUCCIÓN

Motivación, novedad y objetivo del presente Trabajo de Fin de Máster

La Lógica Modal ha sido desarrollada especialmente en su versión proposicional; sin embargo, el número de investigaciones de Lógica Modal de Primer Orden (FOML) es significativamente menor; y menor aún lo es el de las investigaciones que contemplan la cuantificación actualista para esta lógica. Por tanto, la motivación del trabajo reside en su propia novedad: Realizar una investigación en FOML con cuantificación actualista distinta a las contempladas en la bibliografía. Así pues, el objetivo del trabajo es comenzar tal investigación, definiendo cómo se interpretan los términos de FOML según esta semántica de dominios variables y proporcionando un cálculo de secuentes en el sistema modal K para esta lógica (que, a la luz de la bibliografía contemplada, no se ha proporcionado aún).

Entonces, a la hora de decidir cómo se comportarán los términos en esta lógica, hemos de tomar en consideración aquellos cuya interpretación puede variar de un mundo a otro: las constantes y los términos functoriales (las variables no, porque, como se expondrá, denotan el objeto del dominio al cual su asignación las mande, independientemente del mundo de evaluación). Por su parte, estableceremos que la interpretación en un mundo de una constante puede denotar un elemento del dominio local o del dominio del modelo; o puede no denotar ningún elemento. En cuanto a la interpretación de los funtores: ésta será una función parcial definida en el dominio del modelo, lo cual quiere decir que si se trata de un functor monario, a cada elemento del dominio lo puede mandar a otro elemento del dominio, o no otorgarle valor alguno. Como resultado de estas decisiones, un término functorial (formado de un functor n -ario seguido de n términos) podría no denotar, y se le enviaría a "lo indeterminado" por no denotar.

A pesar de que la interpretación de los términos en un mundo se caracterice de este modo, la interpretación de las fórmulas siempre denota, en un sentido clásico: éstas serán verdaderas, o falsas. No se contemplarán más valores posibles (como pudieran ser: ni verdadero ni falso; o indeterminado...). Aún así, la cuestión de la denotación es relevante porque a la hora de evaluar una fórmula atómica en un mundo, si sus términos (sea la fórmula atómica un relator o un λ -predicado) no denotan en el mundo de evaluación, entonces ésta será falsa.

Estructura

Para alcanzar el objetivo del trabajo, primero se presentarán las nociones más básicas de FOML: el lenguaje formal y su semántica en dominios variables (pero contemplando que todos los términos denotasen). Tras esta exposición, ya sí que se presentan los modelos parciales, donde se explica cómo se pueden interpretar los términos teniendo en cuenta que denoten o no, y cómo se evalúan las fórmulas en función de ello. En este mismo apartado se presentará la contrapartida sintáctica de esta cuestión que es inherentemente

semántica, y en el apartado final se darán las reglas del cálculo de secuentes para K con su prueba de corrección.

Materiales

Para llevar a cabo este trabajo se han utilizado dos tipos de materiales: los puramente teóricos, y los prácticos:

Materiales teóricos

Los materiales teóricos utilizadas son aquellos que aparecen en la bibliografía, categorizados según: fuentes de FOML (para extraer el contenido en lo que refiere a la lógica modal de primer orden), fuentes del cálculo de secuentes (para extraer el contenido en lo que refiere al cálculo de secuentes), y fuentes complementarias (para concretar aspectos formales del trabajo).

Materiales prácticos

Para realizar el documento de forma clara, ordenada y eficiente se ha utilizado el programa LyX, en vez de un procesador de textos habitual. Tal programa es una interfaz que hace más sencillo trabajar con documentos tipo LaTeX. Este tipo de procesadores se utilizan habitualmente a la hora de elaborar artículos técnicos y científicos para ciencias formales y de la computación dada la variedad de posibilidades que ofrecen para escribir símbolos y fórmulas en lo que a la lógica y la matemática respecta.

Parte II



Lógica Modal de Primer Orden (FOML)

Siguiendo a Fitting y Mendelshon en su libro *First Order Modal Logic*, a lo largo del siguiente apartado se expondrán al detalle todas las nociones básicas necesarias para llegar a explicar el fenómeno de la parcialidad en la Lógica Modal. No obstante, como esta obra es de carácter sumamente pedagógico, la estructura de la exposición, de haber sido tomada tal cual aparece ahí, podría resultar algo recurrente. Por ello, la estructura de este apartado está inspirada en otro artículo (Aceres, Blackburn, Huertas & Manzano, 2003).

En cuanto al contenido: Las secciones 1 y 2 exponen las nociones básicas del lenguaje formal y de la semántica para FOML [Fitting & Mendelshon(1), 1998]. No obstante, estas secciones ya incluyen el abstractor de predicados, que en la obra de referencia aparece más adelante [Fitting & Mendelsohn(3), 1998]. Por otra parte, la sección 3 expone el tratamiento formal que se ofrece para las nociones de designación de términos y existencia [Fitting & Mendelsohn(4), 1998] en base a otra noción que aparece en esta obra, que es la de modelo normal [Fitting & Mendelsohn(2); 1998], y que requiere ser explicada para tratar la igualdad entre términos como la identidad.

Ahora, hechas estas aclaraciones bibliográficas y también respecto a la estructura y el contenido del apartado:

I El lenguaje formal



I.1 Elementos del lenguaje formal

El lenguaje formal para la Lógica Modal de Primer Orden consta de los dos siguientes tipos de elementos: símbolos primitivos y expresiones: [términos (simples y complejos), predicados, y fórmulas].

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

1.1.1 Símbolos primitivos del lenguaje formal

Los símbolos primitivos del lenguaje formal son los siguientes:

a) Las **conectivas proposicionales** lógicas:

$\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg$.

b) Los **operadores modales**:

\Box (para expresar necesidad) y \Diamond (para expresar posibilidad).

c) Los cuantificadores de **primer orden**:

\exists (para expresar una propiedad de al menos un elemento) y \forall (para expresar una propiedad de todos los elementos).

d) El operador **abstractor de predicados** λ .

e) Los **símbolos auxiliares**: paréntesis, corchetes, llaves: $(...), [...], \{...\}$.



1.1.2 Expresiones del lenguaje formal

Las expresiones del lenguaje formal las podemos dividir entre el conjunto de **términos** (dividido en los sub-conjuntos de "términos simples" y "términos complejos"), el conjunto de **predicados** (dividido a su vez en el subconjunto de "relatores" y el de "predicados abstractos"), y las **fórmulas bien formadas**.

Términos. Los términos $(t_1, t_2 \dots t_n)$ pueden ser **simples** (si se trata de variables y constantes o **complejos** (si se trata de términos factoriales).

Términos simples

- a) Conjunto infinito y numerable de **variables** proposicionales x_1, x_2, \dots, x_n (las cuales denominaremos x, y, z, \dots).
- b) Conjunto numerable (finito o infinito) de **constantes** a_1, a_2, \dots, a_n (las cuales denominaremos a, b, c, \dots).

Términos complejos

- c) Conjunto infinito y numerable de términos functoriales $f_1^n(t_1 \dots t_n), f_2^n(t_1 \dots t_n) \dots f_m^n(t_1 \dots t_n)$, donde un **functor** n -ario (f^n) seguido de n términos $(t_1 \dots t_n)$ es un término.

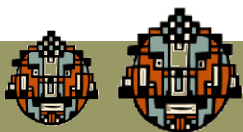
Predicados Los predicados $(P_1^n, P_2^n \dots P_m^n)$ pueden ser **relatores** (si expresan una propiedad de individuos o relaciones entre individuos del universo del modelo, siendo los individuos nombrados por los términos) o **predicados abstractos** (si expresan la pertenencia de individuos a una clase determinada la fórmula del argumento del predicado).

Relatores

- a) Conjunto numerable (finito o infinito) de relatores n -ádicos que expresan una relación de n -aria $R^n_1, R^n_2 \dots R^n_m$ (los cuales denominaremos P, Q, R, \dots).

Predicados abstractos

- b) Conjunto infinito y numerable de predicados unarios abstractos que expresan la pertenencia de los x a las clase determinada por la fórmula de su argumento $\langle \lambda x A \rangle_1, \langle \lambda x A \rangle_2 \dots \langle \lambda x A \rangle_n$ donde A puede ser cualquier fórmula de las que se definirán a continuación.



Fórmulas bien formadas (F.b.f)

Una fórmula es una **fórmula bien formada** de FOML si satisface las siguientes reglas:

- a) Si P^n es un predicado relator o un λ -predicado, y $t_1 \dots t_n$ son términos, entonces $P^n t_1 \dots t_n$ (o $\langle \lambda x. A \rangle (t_i)$, para los casos de λ -predicado) es una F.b.f, y es una fórmula atómica.
- b) Si A y B son F.b.f y t un término, entonces $\neg A, \exists x A, \forall x A, \Box A, \Diamond A, A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$ son F.b.f.
- c) No se pueden formar más F.b.f que las que se construyen según a) y b).

1.2 Estancias libres y ligadas de variables en las fórmulas

Decimos que una variable x aparece **libre** en una fórmula si no cae bajo el alcance de un cuantificador. Así pues:

- a) Toda variable x que aparezca en una fórmula atómica A está libre.
- b) Para toda variable x que aparezca en $\neg A, \Box A$ y $\Diamond A$ si x está libre en A , entonces x está libre en $\neg A, \Box A$ y $\Diamond A$.
- c) En las fórmulas $A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$, si una variable x aparece libre en A , entonces x puede estar: libre en A y no aparecer en B , libre-ligada (si en B está ligada) o libre total (si en B también está libre). Entonces, para toda variable x que aparezca en $A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$, si x está libre en A y está libre en B (es decir, aparece libre en ambas a la vez), entonces x está libre en $A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$.
- d) Para toda variable x que aparezca en $\exists y A$ o en $\forall y A$, si x está libre en A , entonces x está libre en $\exists y A$ y en $\forall y A$, siempre y cuando $x \neq y$.
- e) Si A es una fórmula y x una variable, entonces $\langle \lambda x. A \rangle$ es un predicado abstracto en el cual las variables que aparecen libres son las de A salvo para la x .
- e') Si $\langle \lambda x. A \rangle$ es un predicado abstracto y t es un término, entonces $\langle \lambda x. A \rangle (t)$ es una fórmula en la cual las variables que aparecen libres son las de $\langle \lambda x. A \rangle$ junto con las de t .

Cualquier estancia de una variable x en A que no esté libre, supondrá una estancia **ligada** de la variable.

Una fórmula sin variables libres se denomina **Fórmula cerrada** o **Sentencia**.



2 Semántica para FOML: Modelos de dominios variables

En primer lugar, se expondrá el tratamiento semántico para los cuantificadores con **modelos de dominios variables**. En estos modelos, el dominio de cuantificación varía en función del mundo en el que se evalúe la fórmula. Para llegar a este tratamiento, que entra dentro de la noción de "verdad en un mundo en modelos de dominios variables", antes hay que definir una serie de nociones básicas:

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

2.1 Dominios variables

Un **marco de dominios variables** es una tupla S (de "Skeleton") tal que $S = \langle D, W, R, \langle Dw \rangle_{w \in W} \rangle$ donde:

- a) D es un conjunto no vacío que es el dominio del marco, y determina el conjunto de individuos que pueden formar parte del **dominio** de un mundo: $D \neq \emptyset$
- b) W es un conjunto no vacío cuyos miembros se denominan "**mundos posibles**" (los cuales denominaremos $w, w', w'' \dots$): $W \neq \emptyset$
- c) R es una relación binaria sobre los elementos de W , conocida como **relación de accesibilidad** entre los mundos posibles: $R \subseteq W \times W$
- d) Dw es el resultado de aplicar una función que va de W a partes de D , la cual se denomina **función de dominio**: $Dw \subseteq D$ para cada $w \in W$. La idea es que la función le asigna a cada mundo un conjunto de elementos de D como dominio de tal mundo.
- e) D además de ser un conjunto no vacío, se definirá como la gran unión de los dominios de los mundos del marco S : $D = \cup Dw_{w \in W}$

2.2 Interpretación en un marco de dominios variables

Una **Interpretación** I en un marco de dominio variable S , es una función que:

- a) A cada predicado P_m^n y a cada mundo $w \in W$ le asigna una relación n -ádica en el dominio D del marco. Usaremos la notación $Iw(P^n)$. Esto es: $Iw(P^n) \subseteq D^n$.
- b) A cada constante a y a cada mundo $w \in W$ le asigna algún elemento en el dominio D del marco. Usaremos la notación $Iw(a)$. Esto es: $Iw(a) \in D$.
- c) A cada functor n -ario f^n y a cada mundo $w \in W$ le asigna alguna tupla n -aria de elementos del dominio del marco a sí misma. Usaremos la notación $Iw(f^n)$. Esto es: $Iw(f^n) : D^n \rightarrow D$.

2.3 Modelo de dominios variables

Un **Modelo** M de dominio variable es una tupla $\langle D, W, R, \langle Dw \rangle_{w \in W}, I \rangle$, abreviado como $\langle S, I \rangle$, tal que tupla $\langle D, W, R, \langle Dw \rangle_{w \in W} \rangle$ es un marco de dominios variables, e I es la interpretación en él; por tanto, también puede expresarse como: $M = \langle S, I \rangle$.

El **Dominio del Modelo** es el Dominio del marco (D).

2.4 Asignación y asignación variante

Una **asignación** g en un modelo de dominios variables $M = \langle S, I \rangle$ es una función tal que g asigna a cada variable x algún elemento $g(x)$ del dominio del modelo D .

Asignación x -variante Si g y g' son ambas asignaciones, decimos que g' es una **x -variante** de g si: g y g' coinciden en todas sus variables excepto posiblemente en la variable x . Esto quiere decir que el valor de x según g' podría ser distinto a su valor según g . Se suele expresar como: Si $g' = g_x^\Theta$, donde $\Theta \in D$.

Asignación x -variante en w . Si g y g' son ambas asignaciones, decimos que g' es una **x -variante** de g en w si: g y g' son x -variantes y si, además, para $g' = g_x^\Theta$ tenemos que $\Theta \in Dw$.

Nótese que la función x -variante en w es un caso concreto del caso general (el de la asignación x -variante) en el cual g' , además de ser una función x -variante de g , le asigna a x algún elemento del dominio local.

2.5 Denotación de términos y predicados en modelos de dominios variables

Sean $M = \langle S, I \rangle$ un modelo de dominios variables, $w \in W$, y g una asignación en M . La **denotación de términos y predicados** consiste en asociar en w un valor a cada término t relator R^n o λ -abstractor $\langle \lambda x.A \rangle (t)$.

Esto se expresará de la siguiente manera: $[t]^{M,w,g}$, y ha de contemplarse para los siguientes casos:

- a) Si t es una variable x , entonces $[x]^{M,w,g} = g(x)$. Esto es: si el término es una variable x , denotará el objeto del dominio que la asignación g le dé a la variable x .
- b) Si t es una constante a , entonces $[a]^{M,w,g} = Iw(a)$. Esto es: si el término es una constante a , denotará el objeto que la interpretación I le asigne a a en w .



- c) Si t es un término functorial, entonces $[f^n(t_1 \dots t_n)]^{M,w,g} = Iw(f^n)([t_1]^{M,w,g} \dots [t_n]^{M,w,g})$.

Esto es: si el término es término functorial compuesto por un functor n -ario f^n seguido de n términos, su interpretación es la interpretación de los términos tomando como argumento la tupla de la denotación en w de cada uno de los términos.

- d) Si R^n es un relator n -ario, entonces $[R^n]^{M,w,g} = Iw(R^n)$. Esto es: un predicado n -ádico denota la relación definida según la interpretación de tal predicado.

- e) Si $\langle \lambda x.A \rangle$ es un predicado abstracto, entonces $[\langle \lambda x.A \rangle]^{M,w,g} = \{ \Theta \in D \mid Iw(A) \}$.

Esto es: un predicado abstracto denota el conjunto de elementos Θ de D que hace verdadera (según se definirá en el siguiente apartado) A en w según g' , que es la x -variante de g tal que $g'_x = \Theta$.

2.6 Verdad en un mundo en modelos de dominios variables

Sea $M = \langle S, I \rangle$ un modelo de dominios variables utilizaremos la expresión $M, w, g \Vdash A$ para expresar que una fórmula es verdadera en un mundo w del modelo M según una asignación g . Así pues, para cada $w \in W$ y para cada asignación g en D :

- $M, w, g \Vdash P^n(t_1 \dots t_n)$ syss $\langle [t_1]^{M,w,g}, \dots, [t_n]^{M,w,g} \rangle \in Iw(P^n)$.
- $M, w, g \Vdash \langle \lambda x.A \rangle (t)$ syss $M, w, g' \Vdash A$ donde g' es la x -variante de g tal que $g'(x) = [\Theta]^{M,w,g}$.
- $M, w, g \Vdash \neg A$ syss $M, w, g \not\Vdash A$.
- $M, w, g \Vdash A \wedge B$ syss $M, w, g \Vdash A$ & $M, w, g \Vdash B$.
- $M, w, g \Vdash A \vee B$ syss $M, w, g \Vdash A$ ó $M, w, g \Vdash B$.
- $M, w, g \Vdash A \rightarrow B$ syss $M, w, g \not\Vdash A$ ó $M, w, g \Vdash B$.
- $M, w, g \Vdash A \leftrightarrow B$ syss $(M, w, g \Vdash A$ & $M, w, g \Vdash B)$ ó $(M, w, g \not\Vdash A$ & $M, w, g \not\Vdash B)$.

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

- h) $M, w, g \Vdash \Box A$ syss para todo mundo $w' \in W$: si Rww' , entonces $M, w', g \Vdash A$.
- i) $M, w, g \Vdash \Diamond A$ syss para al menos un mundo $w' \in W$: Rww' , y $M, w', g \Vdash A$.
- j) $M, w, g \Vdash \forall x A$ syss para toda asignación g' que sea x -variante de g en w se cumple $M, w, g' \Vdash A$.
- k) $M, w, g \Vdash \exists x A$ syss para al menos una asignación g' que sea x -variante de g en w se cumple $M, w, g' \Vdash A$.

La cláusula b) afirma que $\langle \lambda x.A \rangle (t_i)$ es verdadera en w si A es verdadera en w cuando g' le asigna a x el valor de t en w .

Por otra parte, las cláusulas j) y k) afirman que una fórmula cuantificada (ya sea $\forall x A$ o $\exists x A$) ha de considerarse verdadera en un mundo w en relación con una asignación g si A es verdadera en w según otras asignaciones que le asignen elementos del dominio asociado al mundo w (D_w), manteniendo los valores asignados a las otras variables. En el caso de $D_w = D$, A sería verdadera independientemente de qué miembro del dominio asigne-mos a x . De hecho, así es como se comportan los cuantificadores en los marcos de dominio constante (que son un caso especial de marcos de dominios variables, donde el dominio que se toma en consideración siempre es el dominio D del marco).

2.7 Proposición 2.7

Sean $M = \langle S, I \rangle$ un modelo de dominios variables, un mundo posible w tal que $w \in W$, g_1 y g_2 dos asignaciones en M , y A una fórmula cualquiera: si g_1 y g_2 coinciden en todas las variables libres de A , entonces: $M, w, g_1 \Vdash A \iff M, w, g_2 \Vdash A$.

Esta proposición viene a decir que si dos asignaciones coinciden en las variables libres presentes en la fórmula, el comportamiento de la fórmula respecto a ambas asignaciones es el mismo.

Por motivos de extensión, la prueba no se expondrá en el documento, pues se realiza en base a la complejidad de las expresiones del lenguaje, y quedaría demasiado largo tomar en consideración cada una de ellas según aumenta la complejidad. Además, la proposición es un resultado estándar al trabajar con lógica de primer orden.

2.8 Proposición 2.8 Verdad de una fórmula cerrada en un mundo de un modelo

Sean $M = \langle S, I \rangle$ un modelo de dominios variables, $w \in W$, y una fórmula cerrada A , si $M, w, g \Vdash A$ para alguna asignación g en M , entonces $M, w, g' \Vdash A$ para toda asignación g' en M . También puede expresarse así: hay alguna g en M tal que $M, w, g \Vdash A \iff M, w, g' \Vdash A$ para toda g' en M .

Prueba:

Esta propiedad se cumple inmediatamente por la proposición 2.7. La conversa también se cumple, por la misma proposición. Esto es porque, como es una fórmula cerrada (sin variables libres), se puede prescindir de la asignación g puesto que el valor de las variables no va a cambiar. ■

Ante estos casos, decimos que “ A es verdadera en el mundo w ”, o $M, w \Vdash A$.

2.9 Validez en un modelo, en un marco, y L-validez

Si A es una fórmula cerrada verdadera en todos los mundos del modelo, entonces decimos que A es **válida en el modelo** o $M \Vdash A$. Y si A es válida en cualquier modelo basado en un marco, entonces decimos que A es **válida en el marco**. Finalmente, si A es válida en cualquier marco del sistema lógico L, entonces A es **L-válida**.

3 Designación y Existencia

Hasta ahora, los términos del lenguaje formal siempre denotaban objetos del dominio, que, por tanto, existían. No obstante, es posible que haya términos que no denoten ningún objeto, y esto afecta a la evaluación de las fórmulas. En este apartado, trataremos de tomar en consideración esta cuestión para presentarla formalmente.

En primer lugar, hemos de que diferenciar en qué consisten la existencia y la designación. Una cosa es existir, que es una propiedad de los objetos (los individuos de los dominios), y otra distinta es designar, que es una propiedad de los términos (o sea, de las variables, constantes, y funtores). Concretamente, podemos decir que los términos designan, o que no designan objetos del dominio, y que puede haber objetos que existan o que no existan (por ejemplo, en los dominios locales).

Desde los modelos de dominios variables podemos llegar a apreciar esta cuestión: los términos pueden designar objetos que no existen en su dominio local, pero sí en el dominio del modelo. Por ejemplo “El maestro de Platón” es un término que designa a un individuo que no existe ahora (en el dominio local D_w , si consideramos tal dominio el conjunto de individuos que existen actualmente), pero sí que existió (cuando Sócrates vivía, considerando como dominio local D_w el conjunto de individuos del pasado). Esto indica que, intuitivamente, es posible que haya constantes que no tengan valor en algunos mundos.

En esta problemática, además, también hay que tener en consideración a las funciones. Por ejemplo “la última ex-pareja de...” expresa una función que relaciona individuos del dominio con sus ex-parejas. Sin embargo es una función **parcial**, porque no todos los individuos van a ser partícipes de ésta (habrá individuos que no hayan sido pareja de... (o no sean su última pareja), individuos que no hayan tenido pareja, o incluso si en el dominio contemplamos objetos más allá de los individuos, pues obviamente tales objetos no habrán sido partícipes de tal relación, como una silla, por ejemplo). Además, las constantes, se pueden definir como funciones 0-arias, y éstas se han de definir también parcialmente, al contemplar ejemplos como el de Sócrates (en los cuales el individuo en cuestión que se designa no pertenece al dominio local). Así pues: los términos que designan pueden designar individuos que no existan en su dominio local (pero que sí existan en el dominio del modelo), o que existan en su dominio local (si los individuos existen directamente en el dominio local); y los términos que no designan se considerarán indefinidos, puesto que no habrá ningún individuo que designar en el dominio del modelo. Esto apunta a otra cuestión que se aclarará, y es que la no existencia es una propiedad positiva que se contempla en la designación, igual que la existencia.

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

3.1 Acercamiento Formal a la designación

Como decimos, la designación puede ser tratada formalmente. Para ello, hemos de aclarar en qué consiste la interpretación no-rígida, y qué sucede cuando los términos no designan. Hecho esto, se puede presentar el aparato formal para la designación haciendo que todas las nociones semánticas no-rígidas se vuelvan además parciales. Estas son: la noción de interpretación, la de modelo, la de denotación, y la de verdad en un mundo en modelos de dominios variables.

3.1.1 Interpretación No-Rígida

La interpretación que hemos definido previamente es no-rígida, es decir: al asignar elementos del dominio es relevante tanto el término como el mundo.

Se aclara aquí esta noción porque es relevante para definir la parcialidad, ya que los elementos del dominio que I le asigna a un término en un mundo y en un modelo pueden no estar en el dominio del mundo (y, por tanto, I le estaría asignando al término algo que no existe en D_w). Simplemente es necesario que esos elementos del dominio existan en algún otro mundo. Un caso especial de las interpretaciones no rígiditas son la interpretaciones rígiditas, según las cuales I le asigna los mismos elementos del dominio a los términos para cualquier mundo w .

3.1.2 Aparato formal de la designación contemplando la parcialidad

Interpretación no-rígida parcial.

Sea $S = \langle D, W, R, \langle D_w \rangle_{w \in W} \rangle$ un marco de dominios variables, I es la interpretación no-rígida parcial en S si I se define igual que la interpretación no-rígida, pero modificando las cláusulas de 2.2 de la siguiente manera:

- a) $I_w(P^n) \subseteq D^n$.

Para cada predicado P^n la interpretación se define igual que anteriormente, puesto que solo contemplamos los casos en los que $I_w(P^n)$ está definida. Ahora bien, cabe mencionar que la interpretación de un predicado siem-pre estará definida, pero puede ser distinta para dos mundos cualesquiera (w, w'). Es decir, no es necesario que $I_w(P^n) = I_{w'}(P^n)$.

- b) $I_w(a) \in D$ ó $I_w(a) = *$.

Para cada constante a y para algunos $w \in W$, I le asigna un miembro del dominio del marco D . En el caso de que I le asigne algún individuo de D a a en w la interpretación es como se ha definido hasta ahora $I_w(a) \in D$. Pero también puede ser que I , en w no le asigne ningún objeto de D a a , y en ese caso decimos que la interpretación es indefinida/indeterminada $I_w(a) = *$. El símbolo $*$ representa "lo indefinido", donde $* \notin D$.

- c) $I_w(f^n): D^n \dashrightarrow D$

Para cada functor n -ario f^n , y para cada $w \in W$, I asigna una función n -aria parcial sobre el dominio del marco (D). La flecha \dashrightarrow indica que se trata de una función parcial, lo cual quiere decir que puede haber elementos en la función a los cuales no se asigne ningún valor.

Modelo no-rígido parcial. Un modelo no-rígido parcial es una tupla $M = \langle S, I \rangle$ en la cual S es un marco de dominios variables, e I es una interpretación no-rígida parcial en él.

Denotación de términos y predicados en modelos no-rígiditos parciales.

Sean $M = \langle S, I \rangle$ un modelo no-rígido parcial, $w \in W$, y g una asignación en M , esta vez la denotación de términos consiste en asociar en w valores del dominio del marco (D) con algunos términos t (pero no necesariamente con todos ellos). Nótese que la denotación de términos y predicados en 2.5 consistía en asociar para cada w valores a cada tipo de término y de predicado. La diferencia, por tanto, reside en que ahora no es necesario que todos estos elementos deban de tener un valor asociado, y, por tanto, hemos de contemplar si designan, y especificar que si no designan, su denotación es indefinida. Así pues, si t , R^n o $\langle \lambda x.A \rangle (t_1)$ denotan algo en w , en M , respecto de g , la denotación se define según las siguientes cláusulas:

- a) Si t es una variable x , entonces x denota en w y $[x]^{M,w,g} = g(x)$.

Esto es: si el término es una variable libre x , entonces es un término que denota, y su denotación en cualquier mundo w será el objeto del dominio que la asignación g le dé a la variable x . La denotación, en este caso, es rígida.

- b) Si t es una constante a , entonces a denota en w siempre que $I_w(a)$ esté definida [$I_w(a) \neq *$]; y si es así, entonces $[a]^{M,w,g} = I_w(a)$.

Esto es: si el término es una constante a , dicho término designa un objeto en w si se ha definido la interpretación de a (no necesariamente en ese mundo, es decir, no es necesario que $I_w(a) \in D_w$ para que denote. Con que esté definida en D es suficiente). Así pues, denotará el objeto que $I_w(a)$ le asigne.

- c) Si t es un término functorial, entonces $f^n(t_1 \dots t_n)$ denota en w si $I_w(f^n)$ está definida para $\langle [t_1]^{M,w,g} \dots [t_n]^{M,w,g} \rangle$, y todo t_i pertenezca a la tupla es tal que $[t_i]^{M,w,g} \neq *$ (es decir, designa en w); si es así, entonces $[f^n(t_1 \dots t_n)]^{M,w,g} = [f^n]^{M,w,g}([t_1]^{M,w,g} \dots [t_n]^{M,w,g})$. Si $I_w(f^n)$ no está definida para $\langle [t_1]^{M,w,g} \dots [t_n]^{M,w,g} \rangle$, o si la denotación de algún término de la tupla es $[t_i]^{M,w,g} = *$ (es decir, si algún término no designa), entonces el término no designa, o lo que es lo mismo: $[f^n(t_1 \dots t_n)] = *$.

Esto es: si el término es un término functorial compuesta por un functor n -ario f que es seguido de n términos, y la interpretación de f está definida en w para una tupla de términos (en la cual dichos términos denotan cada uno de ellos objetos en w) entonces la función denota en w y su valor es su interpretación tomando como valor la tupla de la denotación de cada uno de los términos del functor en w .



SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

- d) Si t no designa en w , entonces $[t]^{M,w,g}$ está indefinida/ indeterminada, y, entonces: $[t]^{M,w,g} = *$.
- e) Si R^n es un predicado n -ario, entonces $[R^n]^{M,w,g} = Iw(R^n)$.

Igual que antes, un predicado n -ádico denota la relación definida según la interpretación de tal predicado, que, como se ha mencionado al definir la interpretación, puede ser distinta de un mundo a otro, pero siempre está definida.

- f) Si $\langle \lambda x.A \rangle$ es un predicado abstracto, entonces $[\langle \lambda x.A \rangle (t)]^{M,w,g} = \{\Theta / M, w, g_x^\Theta \Vdash A\}$.

Esto es: un predicado abstracto denota el conjunto de elementos Θ de D que hace verdadera (según se definirá en el siguiente apartado) A en w según g' , que es la x -variante de g tal que g_x^Θ .

Verdad en un mundo en modelos no-rígidos parciales. Sea $M = \langle S, I \rangle$ un modelo no-rígido parcial, la definición de verdad se mantiene igual para las cláusulas c)-k), pero, sin embargo, se han de modificar cláusulas a) (para los predicados) y b) (para el abstractor) contemplando dos posibilidades: que los términos que aparecen en las fórmulas designen, o no. Así pues:

- a) $M, w, g \Vdash P^n(t_1 \dots t_n)$ syss $\langle [t_1]^{M,w,g}, \dots, [t_n]^{M,w,g} \rangle \in Iw(P^n)$ & todo $[t_i]^{M,w,g} \neq *$.
- b) $M, w, g \Vdash \langle \lambda x.A \rangle (t)$ syss $M, w, g' \Vdash A$, donde g' es la x -variante de g tal que $g'(x) = [t]^{M,w,g}$ & $[t]^{M,w,g} \neq *$.

Con estas cláusulas se consigue expresar formalmente que no se pueden atribuir propiedades correctamente respecto de aquello que se pretende designar con términos que no designan.

3.2 Designación y Existencia. Una contrapartida sintáctica

En la lógica modal, en vez de hablar de verdad en un modelo, de lo que hablamos es de la verdad en un mundo de un modelo. Esto implica que, a la hora de evaluar las fórmulas en un mundo w , en ellas hemos de contemplar: términos cuya denotación entra dentro de $Iw(t) \in Dw$ (y, por tanto, designan objetos que existen en el dominio local), términos cuya denotación entra dentro de $Iw(t) \in D$ (y, por tanto, designan objetos que existen en el dominio del modelo, pero pueden no existir en el dominio local), y términos cuya denotación es indefinida: $Iw(t) = *$ (y, por tanto, no hay un objeto que exista ni que designen).

Sin embargo, la designación, tal y como se ha tratado hasta ahora, es una noción inherentemente semántica; pero también se puede proporcionar una contrapartida sintáctica de ésta. Para ello, lo que haremos será introducir una “propiedad de designación” y, posteriormente, veremos cómo se relaciona con la “propiedad de existencia”, que se puede introducir también sintácticamente.

A la hora de definir estas propiedades estaremos trabajando con modelos no-rígidos parciales que, además, son normales [puesto que son propiedades que se definen en base a la igualdad (=) entre términos, y eso es algo que se contempla en este tipo de modelos]. La igualdad entre términos en estos modelos es rígida, independientemente del mundo. Por tanto, estaremos entendiendo la igualdad como una relación de identidad (\equiv): la relación que tiene un objeto consigo mismo y ninguno más. Los modelos normales se definen de la siguiente manera:

Modelo normal Un modelo $M = \langle S, I \rangle$ es un modelo normal si para cada $w \in W$ tenemos que $Iw(\equiv)$ es la relación de identidad en el dominio del marco (D). Es decir: es la relación que mantiene un objeto consigo mismo y ningún otro más. Tal relación, como se ha mencionado, es rígida: no varía de un mundo a otro.

Por esto, en los modelos normales, en cada mundo la relación de igualdad se interpreta del mismo modo de un mundo a otro. Así pues, una vez contemplamos estos modelos tenemos que:

- a) El símbolo (\equiv) es un operador que relaciona dos términos, de modo que $t_1 \equiv t_2$ es una F.b.f.
- b) La interpretación de la identidad en w es una relación binaria entre elementos del dominio del marco (D), de modo que: $Iw(\equiv) = \{ \langle \Theta_1, \Theta_2 \rangle / \Theta_1 = \Theta_2 \}$, donde $\langle \Theta_1, \Theta_2 \rangle \in D$ (obviamente, al tratarse de la identidad, Θ_1 y Θ_2 son el mismo elemento de D).
- d) La verdad en un modelo normal se define igual que anteriormente añadiendo que para la identidad ha de cumplirse:

$$M, w, g \Vdash (t_1 \equiv t_2) \text{ syss } [t_1]^{M,w,g} \neq * \text{ y } [t_2]^{M,w,g} \neq * \text{ \& } [t_1]^{M,w,g} = [t_2]^{M,w,g}$$

Es decir, la relación de identidad entre dos términos es verdadera en un mundo w de un modelo M según una asignación g si ambos términos denotan un objeto, y además ese objeto que denotan cada uno es el mismo.

A modo de aclaración: cuando alguno de sus dos términos sea una variable x , hemos de contemplar $g(x)$; cuando sea una constante a , hemos de contemplar $Iw(a)$; y cuando sea un término functorial $f^n(t_1 \dots t_n)$, hemos de contemplar $[f^n]^{M,w,g}([t_1]^{M,w,g} \dots [t_n]^{M,w,g})$. En todos los casos, además hemos de seguir contemplando la parcialidad, como se ha expuesto en el apartado de la denotación en modelos parciales.



3.2.1 Propiedad de Designación

La propiedad de designación la expresaremos como $DEN(t)$, donde DEN abrevia la expresión $\langle \lambda x.x \equiv x \rangle$ y, entonces, $DEN(t)$ abrevia $\langle \lambda x.x \equiv x \rangle (t)$ en un mundo w (puesto que tratamos de plasmar sintácticamente que t denota un objeto de D). Así pues, $DEN(t)$ expresa que t es un término que designa en w , y la fórmula $x \equiv x$ es una fórmula que es siempre verdadera, y, por tanto, que no puede ser falsada. Dado lo expuesto, formalmente, la propiedad de designación cumple la siguiente proposición:

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden



Proposición para 3.2.1 Sea $M = \langle S \rangle$ un modelo no-rígido parcial, y t un término cualquiera, entonces $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t)$ si y sólo si t designa un objeto en un mundo w del modelo M respecto de g ($[t]^{M, w, g} \in D$), o lo que es lo mismo: $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t) \iff [t]^{M, w, g} \neq *$. También podría expresarse como $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t) \iff [t]^{M, w, g} \in D$

Prueba:

De izquierda a derecha: $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t) \Rightarrow [t]^{M, w, g} \neq *$
 Esta prueba se realiza por reducción al absurdo. Si se cumpliera $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t)$ pero t no designase (es decir: $[t]^{M, w, g} = *$), como hipótesis de reducción al absurdo, alcanzaríamos una contradicción del siguiente modo: $\text{DEN}(t)$ se ha definido como $\langle \lambda x \exists x \rangle (t)$, de modo que $M, w, g \Vdash \langle \lambda x \exists x \rangle (t)$. Sin embargo, si $[t]^{M, w, g} = *$, por la definición de verdad en un mundo en modelos no-rígidos parciales para λ cuando lo que t denota es indefinido, tenemos que $M, w, g \Vdash \langle \lambda x A \rangle (t)$, así que $M, w, g \Vdash \langle \lambda x \exists x \rangle (t)$. Como de $[t]^{M, w, g} = *$ se deriva una contradicción, entonces $[t]^{M, w, g} \neq *$, como queríamos demostrar.

De derecha a izquierda: $[t]^{M, w, g} \neq * \Rightarrow M, w, g \Vdash \text{DEN}(t)$
 Si t designa en w (es decir, $[t]^{M, w, g} \neq *$), por la definición de verdad en un mundo en modelos no-rígidos parciales para λ cuando t denota, y considerando que M es un modelo normal, se cumple que $M, w, g \Vdash \langle \lambda x \exists x \rangle (t)$, lo que es lo mismo: $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t)$, como queríamos demostrar. ■

3.2.2 Propiedad de Existencia y Propiedad de No Existencia

La **propiedad de existencia** $\text{EXISTS}(x)$ podría definirse como $\exists y (y \equiv x)$, para expresar que x existe, evaluándola en un mundo de un modelo. Esta propiedad, podría definirse por abstracción también, para cualquier término, y entonces lo que tendríamos sería: $\text{EXISTS}(t) = \langle \lambda x \text{EXISTS}(x) \rangle (t)$, lo cual estaría expresando de forma abreviada lo siguiente: $\langle \lambda x \exists y (y \equiv x) \rangle (t)$.

La cuestión es que igual que se define una propiedad de existencia, podría definirse una **propiedad de no existencia**

$\overline{\text{EXISTS}}(t)$ de la siguiente manera:
 $\overline{\text{EXISTS}}(t) = \langle \lambda x. \neg \text{EXISTS}(x) \rangle (t)$ lo cual estaría abreviando la siguiente expresión: $\langle \lambda x \neg \exists y (y \equiv x) \rangle (t)$.

Con estas propiedades, igual que con la de designación, tratamos de expresar sintácticamente que lo que t denota en w es un objeto que **existe en D** .

Introducir esta propiedad $\overline{\text{EXISTS}}(t)$ puede parecer insensado, ya que las propiedades se predicán sobre objetos existentes, y si tal propiedad expresa la no existencia, no hay objetos que la cumplan, es decir: no hay nada sobre lo que predicar $\overline{\text{EXISTS}}(t)$. Sin embargo, las fórmulas $\forall x \text{EXISTS}(x)$ y $\neg \exists x \overline{\text{EXISTS}}(x)$ son válidas en modelos de dominios variables; y la fórmula abierta $\text{EXISTS}(x)$ no es válida en tales modelos puesto que se le puede asignar a la variable x un valor que no exista en algún mundo dado. Entonces, para contemplar la relación entre existencia y designación, conviene evitar el uso de cuantificadores y contemplar las propiedades que se han definido.

3.2.3 Relación entre las propiedades de Designación, Existencia, y No existencia

Para todo término t , la siguiente expresión es válida en modelos no-rígidos parciales: $\text{DEN}(t) \leftrightarrow [\text{EXISTS}(t) \vee \overline{\text{EXISTS}}(t)]$

Prueba:

De izquierda a derecha: $\text{DEN}(t) \rightarrow [\text{EXISTS}(t) \vee \overline{\text{EXISTS}}(t)]$

Sea un modelo no-rígido parcial: si t denota un objeto en un mundo w de M (o lo que es lo mismo: $\text{DEN}(t)$) entonces $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t)$. Esto quiere decir que la denotación de t es $[t]^{M, w, g} \neq *$. Por tanto, al contemplar los dominios locales $D(w)$ se pueden dar dos alternativas: o que $[t]^{M, w, g} \in D(w)$ o que $[t]^{M, w, g} \notin D(w)$. Si contemplamos la primera, $[t]^{M, w, g} \in D(w)$, tenemos que $M, w, g \Vdash \langle \lambda x \exists y (y \equiv x) \rangle (t)$, o lo que es lo mismo: $M, w, g \Vdash \text{EXISTS}(t)$. Por otra parte, si contemplamos que $[t]^{M, w, g} \notin D(w)$, entonces tenemos que $M, w, g \Vdash \langle \lambda x \neg \exists y (y \equiv x) \rangle (t)$, o lo que es lo mismo: $M, w, g \Vdash \overline{\text{EXISTS}}(t)$. Entonces, si t denota, llegamos a las dos expresiones expuestas (aunque con haber llegado a una de las dos expresiones valdría), y, por tanto, $M, w, g \Vdash \text{EXISTS}(t) \vee \overline{\text{EXISTS}}(t)$, como queríamos demostrar.

De derecha a izquierda: $[\text{EXISTS}(t) \vee \overline{\text{EXISTS}}(t)] \rightarrow \text{DEN}(t)$

Esta prueba se realiza por reducción al absurdo. Así pues, sea un modelo no-rígido parcial: si $M, w, g \Vdash \text{EXISTS}(t) \vee \overline{\text{EXISTS}}(t)$

y t no denota [es decir, $\neg \text{DEN}(t)$], como hipótesis de reducción al absurdo, tenemos que $[t]^{M, w, g} = *$. De esto, se sigue que $M, w, g \Vdash \langle \lambda x A \rangle (t)$, para cualquier fórmula A , por la definición de verdad en un mundo en modelos no-rígidos parciales para λ cuando t no denota. Pero, por otra parte teníamos que $M, w, g \Vdash \text{EXISTS}(t)$ ó $M, w, g \Vdash \overline{\text{EXISTS}}(t)$. Ahora bien: $\text{EXISTS}(t)$ abrevia la expresión $\langle \lambda x. \text{EXISTS}(x) \rangle (t)$, de modo que la primera alternativa realmente está expresando $M, w, g \Vdash \langle \lambda x \text{EXISTS}(x) \rangle (t)$, lo cual es imposible si t no denota, como se ha mencionado. Y $\overline{\text{EXISTS}}(t)$ abrevia la expresión $\langle \lambda x. \neg \text{EXISTS}(x) \rangle (t)$, de modo que la segunda alternativa lo que expresa es $M, w, g \Vdash \langle \lambda x \neg \text{EXISTS}(x) \rangle (t)$, pero también es imposible si t no denota, como se ha mencionado. Entonces de $\neg \text{DEN}(t)$ se derivan contradicciones en cualquier alternativa que contemplamos de $M, w, g \Vdash \text{EXISTS}(t) \vee \overline{\text{EXISTS}}(t)$ y, por tanto, $\text{DEN}(t)$, como queríamos demostrar. ■

Si t denota en un mundo w [$\text{DEN}(t)$], esta proposición implica que el término cumple la propiedad de existir o la de no existir $[\text{EXISTS}(t) \vee \overline{\text{EXISTS}}(t)]$, puesto que lo que denota t en w puede estar en D_w (y, por tanto cumplir $\text{EXISTS}(t)$ en w) o puede estar en D pero no en D_w (y, por tanto, cumple $\overline{\text{EXISTS}}(t)$).

Además, si se cumple $\text{DEN}(t)$, también se cumple la siguiente expresión: $\text{EXISTS}(t) \leftrightarrow \neg \overline{\text{EXISTS}}(t)$

Que un término cumpla la propiedad de no existencia implica que no cumpla la de existencia, y viceversa. Esta propiedad, pese ser aparentemente redundante, no lo es si contemplamos el caso en el que t no denote. Esto es porque si t no denota, dicha propiedad no se cumple $[\overline{\text{EXISTS}}(t) \leftrightarrow \neg \text{EXISTS}(t)]$

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

Las fórmulas $\overline{\text{EXISTS}}(t)$ y $\neg\text{EXISTS}(t)$ no son equivalentes en dicho mundo, puesto que una expresa $\langle \lambda x. \neg \exists y (y \equiv x) \rangle$ ($\bar{\delta}$) y la otra $\neg \langle \lambda x \exists y (y \equiv x) \rangle$ (δ) respectivamente. Si t no denota, según la definición de verdad de λ contemplando la parcialidad b) $\overline{\text{EXISTS}}(t)$ sería siempre falsa. Sin embargo $\neg\text{EXISTS}(t)$ sería siempre verdadera, puesto que t no denota, $\langle \lambda x \exists y (y \equiv x) \rangle$ (δ) sería falso, y, por tanto, su negación, verdad.

A modo de aclaración, con un ejemplo: $\overline{\text{EXISTS}}(t)$, expresa que un término no existe en el mundo actual, pero sí que puede existir en otros mundos, por ejemplo, si consideramos el pasado como si fuese un mundo, y el presente otro. Al hablar de “el actual cantante de Dire Straits” estaríamos en uno de estos casos, ya que en el presente existe ningún individuo así, pero en el pasado sí. En este tipo de casos, $\neg\text{EXISTS}(t)$ además, será también verdadera en el mundo de evaluación (el presente), puesto que t existe en un mundo de \mathcal{D} , pero tal mundo no es el de evaluación (en el cual, no existe). La cuestión es que, $\neg\text{EXISTS}(t)$, sirve para expresar también que un individuo no existe en ningún mundo, que sería el caso, por ejemplo de “el triangulista de Dire Straits”.



Parte III: Cálculo de Secuentes y Teorema Corrección

El Cálculo de Secuentes (desarrollado por Gerhard Gentzen en 1935 junto con el cálculo de deducción natural), se centra en las relaciones de consecuencia entre secuencias de fórmulas, contemplando cómo a través de las reglas de inferencia se modifican la secuencia de premisas y la de conclusiones (que son consecuencia de tales premisas). La clave para este tipo de cálculo es que a medida que se desarrollan las pruebas y se modifican ambas dimensiones de la relación, la inferencia sigue siendo válida; en este hecho es donde reside la virtud de este cálculo. El contenido de este apartado ha sido extraído esencialmente de dos obras: Katalin Bimbó, *Proof Theory. Sequent Calculi and Related Formalisms*, tanto para establecer una notación a la hora de escribir los secuentes y ofrecer las reglas básicas [Bimbó(1), 2014], como para ofrecer las reglas modales [Bimbó(2), 2014]; y María Manzano *Extensions of First Order Logic*, para inspirar las reglas relacionadas con los cuantificadores, el abstractor, la identidad, la denotación y la existencia (Manzano, 1996).

Entonces, definiremos “secuente” de la siguiente manera: Si $\langle A_1 \dots A_n \rangle$ y $\langle B_1 \dots B_m \rangle$ son secuencias de fórmulas finitas, entonces $A_1 \dots A_n \multimap B_1 \dots B_m$ es un secuente. La parte $A_1 \dots A_n$ es el antecedente, y $B_1 \dots B_m$ es el consecuente del secuente. Por otra parte, aclarar que “ \multimap ” no es una conectiva, sino que representa la relación de consecuencia sintáctica entre las dos secuencias de fórmulas.

Por otra parte, el cálculo expuesto será válido para el sistema modal K , que consta del axioma $K [\vdash \Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)]$ y de la regla *Nec* (necessitation) $(\vdash A \Rightarrow \vdash \Box A)$.

A la hora de exponer las reglas del cálculo, utilizaremos las letras griegas mayúsculas ($\Gamma, \Delta, \Theta, \Lambda, \dots$) para referirnos a las secuencias del secuento. Así pues, los secuentes tendrán la forma: $\Gamma \multimap \Delta$. Esta fórmula ($\Gamma \multimap \Delta$) expresa que hay una secuencia finita de elementos de Γ de los cuales se sigue sintácticamente Δ , es decir: $A_1 \dots A_n \multimap \Delta$, donde $A_1 \dots A_n \in \Gamma$.

Finalmente, como las habrá reglas del cálculo en las cuales hablaremos de sustitución de variables, es necesario hacer unas aclaraciones previas respecto de esta noción, y proporcionar el lema de sustitución de variables, antes de presentar las reglas.

4 Sustitución de variables por términos.

A la hora de sustituir variables, hemos de tener en cuenta: por qué clase de término lo vamos a sustituir, y dónde aparece la variable (en un término, un predicado, una fórmula...). Así pues: la sustitución de una variable x por un término (t_x^ξ) a de ser definida cuando: la sustitución tiene lugar en un término (variable, constante, o término functorial), cuando tiene lugar en un predicado (relator, o λ -predicado), y cuando tiene lugar en las fórmulas (tanto atómicas, como complejas). Así pues:



- a) Sustitución de una variable x por un término t
 - 1-si t es una constante a entonces $a_x^\xi := a$
 - 2-si t es una variable y entonces $y_x^\xi := t$ si $x = y$, ó $y_x^\xi := y$ si $x \neq y$
 - 3-si t es un término functorial $f^n(t_1 \dots t_n)$, entonces $f^n(t_1 \dots t_n)_x^\xi := f^n(t_{1x}^\xi \dots t_{nx}^\xi)$
- b) Sustitución de una variable x por un término t en un predicado:
 - I) Sustitución de una variable x por un término t en un relator R^n , esto es: $(R^n)_x^\xi := R^n$
 - II) Sustitución de una variable x por un término t en un λ -predicado $\langle \lambda x A \rangle$: Hemos de contemplar tres posibilidades:
 - 1- $\langle \lambda y A \rangle_x^\xi := \langle \lambda y A \rangle$ si x no aparece libre en la fórmula.
 - 2- $\langle \lambda y A \rangle_x^\xi := \langle \lambda y A_x^\xi \rangle$ si x aparece libre en la fórmula pero y no aparece en t
 - 3- $\langle \lambda y A \rangle_x^\xi := \langle \lambda z A_x^\xi \rangle_x^\xi$ si x aparece libre en la fórmula, y también aparece libre en t , z es una nueva variable.
- c) sustitución de una variable x por un término t en una fórmula $x \equiv t'$, esto es: $(x \equiv t')_x^\xi := t' \equiv t$
- d) Sustitución de una variable x en las fórmulas $\neg A, \Box A, \Diamond A$ por un término t esto es: $(\neg A)_x^\xi := \neg(A_x^\xi)$, $(\Box A)_x^\xi := \Box(A_x^\xi)$ y $(\Diamond A)_x^\xi := \Diamond(A_x^\xi)$ sustituyendo todas las apariciones libres de x en A por t
- e) Sustitución de una variable x en las fórmulas $A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, A \leftrightarrow B$ por un término t esto es: $(A \wedge B)_x^\xi := A_x^\xi \wedge B_x^\xi$, $(A \vee B)_x^\xi := A_x^\xi \vee B_x^\xi$, $(A \rightarrow B)_x^\xi := A_x^\xi \rightarrow B_x^\xi$ y $(A \leftrightarrow B)_x^\xi := A_x^\xi \leftrightarrow B_x^\xi$ sustituyendo todas las apariciones libres de x tanto en A como en B por t .

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

- f) Sustitución de una variable x en las fórmulas $\exists yA$ y $\forall yA$ por un término t . Hemos de contemplar tres posibilidades:

- 1- $(\exists yA)_x^t := \exists yA$ y $(\forall yA)_x^t := \forall yA$ si x no aparece libre en la fórmula.
- 2- $(\exists yA)_x^t := \exists y(A_x^t)$ y $(\forall yA)_x^t := \forall y(A_x^t)$ si x aparece libre en la fórmula, pero y no aparece en t .
- 3- $(\exists yA)_x^t := \exists z(A_x^t)_y^z$ y $(\forall yA)_x^t := \forall z(A_x^t)_y^z$ si x aparece libre en la fórmula, y aparece libre en t , y z es una nueva variable.

4.1 Lema 4.1 Lema de Sustitución para variables

Sean $M = \langle S, I \rangle$ un modelo no-rígido parcial y normal; x e y dos variables cualesquiera; A una fórmula; y g' una asignación x -variante de g que manda a x al objeto que y denota según g , entonces esa fórmula, sustituyendo las apariciones libres de x por y es verdadera en w según la asignación g' (es decir: $g'(x) = g_x^\circ$ donde $[y]^{g'} = \Theta$) se cumple el siguiente lema:

$$M, w, g' \Vdash A \text{ sys } M, w, g \Vdash A'_x$$

Este lema se utilizará en la prueba de corrección del cálculo. Expresa que si una fórmula es verdadera en w según la asignación x -variante que manda a x al objeto que y denota según g , entonces esa fórmula, sustituyendo las apariciones libres de x por y es verdadera en w según la asignación g .

5 Reglas del sistema, y reglas del cálculo de secuentes.

5.1 Reglas del sistema.

Al estar trabajando con el sistema K contaremos con la regla K (que es el axioma K como si fuese un secuyente) y con la regla Nec , que expresa que si una fórmula cerrada es un teorema, entonces necesariamente esa fórmula también es un teorema.

$$\begin{array}{l} K \frac{}{\Box(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)} \\ \emptyset \leftrightarrow A \\ Nec \frac{}{\Box \leftrightarrow \Box A} \end{array}$$



Además, el sistema cuenta con la regla de introducción de hipótesis H .

$$H \frac{}{A \leftrightarrow A}$$



5.2 Reglas del cálculo

Las reglas del cálculo de secuentes expresan cómo se pueden añadir fórmulas a un lado y al otro de un secuyente. Así pues, se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{array}{l} \Gamma \leftrightarrow \Delta \\ \hline \Theta \leftrightarrow \Delta \\ \text{si se modifica la parte izquierda del} \\ \text{secuyente, o} \\ \Gamma \leftrightarrow \Delta \\ \hline \Gamma \leftrightarrow \Theta \\ \text{si se modifica la parte derecha.} \end{array}$$



En cuanto a cómo podemos clasificar tales reglas, hay dos tipos: las **operacionales** (que tienen que ver con la aparición de las conectivas lógicas en las partes de los secuentes, entre las cuales diferenciaremos entre: reglas para **conectivas clásicas**; reglas para el **abstractor** y los **cuantificadores**; reglas para la **identidad**, **denotación** y **existencia**; reglas **modales**, y otras reglas que afectan a la noción misma de consecuencia lógica); y las **estructurales** (entre las cuales encontramos algunas comunes a todos los cálculos, y otras que tienen que ver con la aparición de fórmulas en las partes de los secuentes, y con el lugar que ocupan en éste dichas fórmulas, de modo que rigen el comportamiento de las constantes lógicas). Además, como se ha mencionado, todas las reglas del cálculo pueden dividirse entre las que **afectan** a la parte **izquierda** del secuyente, y las que afectan a la parte **derecha**.

Reglas operacionales:

	Reglas para la parte izquierda	Reglas para la parte derecha
Conectivas clásicas	$\frac{\wedge \leftrightarrow_1 \Delta}{A, \Gamma \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \wedge}{\Gamma \leftrightarrow A, \Gamma \leftrightarrow B}$
	$A \wedge B \leftrightarrow \Delta$	$\Gamma \leftrightarrow A \wedge B$
	$\frac{\wedge \leftrightarrow_2 \Delta}{B, \Gamma \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \vee_1}{\Gamma \leftrightarrow A}$
	$A \wedge B, \Gamma \leftrightarrow \Delta$	$\Gamma \leftrightarrow A \vee B$
	$\frac{\vee \leftrightarrow_2 \Delta}{A, \Gamma \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \vee_2}{\Gamma \leftrightarrow B}$
	$A \vee B, \Gamma \leftrightarrow \Delta$	$\Gamma \leftrightarrow A \vee B$
	$\frac{\rightarrow \leftrightarrow}{\Gamma \leftrightarrow A, B, \Theta \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \rightarrow}{A, \Gamma \leftrightarrow B}$
	$A \rightarrow B, \Gamma, \Theta \leftrightarrow \Delta$	$\Gamma \leftrightarrow A \rightarrow B$
	$\frac{\neg \leftrightarrow}{\Gamma \leftrightarrow A}$	$\frac{\leftrightarrow \neg}{A, \Gamma \leftrightarrow B \wedge \neg B}$
	$\neg A, \Gamma \leftrightarrow \Delta$	$\Gamma \leftrightarrow \neg A$
Abstractor	$\frac{\leftrightarrow \leftrightarrow_1 \Delta}{A \rightarrow B, \Gamma, \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \leftrightarrow}{\Gamma \leftrightarrow A \rightarrow B, \Gamma \leftrightarrow B \rightarrow A}$
	$A \leftrightarrow B, \Gamma, \leftrightarrow \Delta$	$\Gamma \leftrightarrow A \rightarrow B$
	$\frac{\leftrightarrow \leftrightarrow_2 \Delta}{B \rightarrow A, \Gamma, \leftrightarrow \Delta}$	
	$A \leftrightarrow B, \Gamma, \leftrightarrow \Delta$	
Cuantificador universal	$\frac{\lambda \leftrightarrow}{\Gamma, \exists xA, DEN(t) \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \lambda}{\Gamma \leftrightarrow \forall xA, \wedge DEN(t)}$
	$\Gamma, \langle \lambda xA(x) \rangle (t) \leftrightarrow \Delta$	$\Gamma, \langle \lambda xA(x) \rangle (t)$
Cuantificador existencial	$\forall \leftrightarrow$	$\leftrightarrow \forall$
	$\frac{}{\forall xA(x), EXISTS(y) \leftrightarrow A_x^y}$	$\frac{\Gamma, EXISTS(y) \leftrightarrow A_x^y}{\Gamma \leftrightarrow \forall xA(x)}$
Cuantificador existencial	$\frac{\exists \leftrightarrow}{\neg \forall x \neg A(x) \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \exists}{\Gamma \leftrightarrow \neg \forall x \neg A(x)}$
	$\frac{}{\exists xA(x) \leftrightarrow \Delta}$	$\Gamma \leftrightarrow \neg \exists x \neg A(x)$

En estas reglas, el término superior, por el cual sustituimos la variable no puede aparecer en la parte superior del secuyente. Además, en $\leftrightarrow \forall$, la variable y no puede aparecer en la parte inferior del secuyente.

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

Reglas estructurales:

	Reglas para la parte izquierda	Reglas para la parte derecha
Identidad de términos	$\frac{\equiv \leftrightarrow}{\Gamma \leftrightarrow \Delta}$ $t \equiv t, \Gamma \leftrightarrow \Delta$	$\frac{\leftrightarrow \equiv}{\Gamma \leftrightarrow \text{DEN}(t)}$ $\Gamma \leftrightarrow t \equiv t$
Denotación	$\frac{\text{DEN}(t) \leftrightarrow \Gamma, (x = x)_x^t \leftrightarrow \Delta}{\Gamma, \text{DEN}(t) \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \text{DEN}(t) \quad \Gamma \leftrightarrow (x \equiv x)_x^t}{\Gamma \leftrightarrow \text{DEN}(t)}$
Y Existencia	$\frac{\text{EXISTS}(t) \leftrightarrow \Gamma, \exists y (x \equiv y)_x^t \leftrightarrow \Delta}{\Gamma, \text{EXISTS}(t) \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \text{EXISTS}(t) \quad \Gamma \leftrightarrow \exists y (x \equiv y)_x^t \wedge \text{DEN}(t)}{\Gamma \leftrightarrow \text{EXISTS}(t)}$
Operadores modales	$\frac{\Box \leftrightarrow \Gamma, A \leftrightarrow \Delta}{\Gamma, \Box A \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \Box (\text{Nec}) \quad \leftrightarrow A}{\leftrightarrow \Box A}$
	$\frac{\Diamond \leftrightarrow \Gamma, \neg \Box \neg A \leftrightarrow \Delta}{\Gamma, \Diamond A \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \Diamond \quad \Gamma \leftrightarrow \neg \Box \neg A}{\Gamma \leftrightarrow \Diamond A}$
	PC (Prueba por casos) $\frac{\Gamma, A \leftrightarrow B \quad \Gamma, \neg A \leftrightarrow B}{\Gamma \leftrightarrow B}$	
	NC (No contradicción) $\frac{\Gamma, \neg A \leftrightarrow B \quad \Gamma, \neg \neg A \leftrightarrow \neg B}{\Gamma \leftrightarrow A}$	
	ES (Equal substitution) $\frac{\Gamma, x \equiv t \leftrightarrow A(t)}{\Gamma \leftrightarrow A(x)}$ <i>A(t) es el resultado de sustituir las apariciones libres de x en A por t</i>	

Es interesante mencionar que las reglas para DEN(t) y EXISTS(t) son un caso especial de reglas en las cuales estamos introduciendo λ -predicados. Sin embargo, las añadimos al cálculo porque introducen fórmulas que se usan en las reglas de λ y de ∀, y es más cómodo expresar tales fórmulas de este modo.

También es interesante mencionar que las reglas para el ∃ y para ◇ son reglas derivadas de ∀ y □ respectivamente, puesto que se extraen por interdefinición de tales conectivas.

Reglas comunes

Reglas Estructurales clásicas



Reglas Estructurales modales

Reglas para la parte izquierda	Reglas para la parte derecha
$\frac{K \leftrightarrow \Gamma \leftrightarrow \Delta}{A, \Gamma \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\text{M (monotonía)} \quad \Gamma \leftrightarrow A}{\Theta \leftrightarrow A}$ Donde todas las fórmulas de Γ están también en Θ.
$\frac{W \leftrightarrow A, A, \Gamma \leftrightarrow \Delta}{A, \Gamma \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow K \quad \Gamma \leftrightarrow \Delta}{\Gamma \leftrightarrow \Delta, A}$
$\frac{C \leftrightarrow \Gamma, A, B, \Delta \leftrightarrow \Theta}{\Gamma, B, A, \Delta \leftrightarrow \Theta}$	$\frac{W \leftrightarrow \leftrightarrow W}{\Gamma \leftrightarrow A, A}$ $\frac{\leftrightarrow C \quad \Theta \leftrightarrow A, B}{\Theta \leftrightarrow B, A}$
$\frac{\Diamond \neg K \leftrightarrow \Gamma \leftrightarrow \Delta}{\Gamma, \Diamond A \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \Box K \quad \Gamma \leftrightarrow \Delta}{\Gamma \leftrightarrow \Box A, \Delta}$
$\frac{\Diamond \Diamond W \leftrightarrow \Gamma, \Diamond A, \Diamond A \leftrightarrow \Delta}{\Gamma, \Diamond A \leftrightarrow \Delta}$	$\frac{\leftrightarrow \Box W \quad \Gamma \leftrightarrow \Box A, \Box A}{\Gamma \leftrightarrow \Box A}$

Como último apunte sobre las reglas estructurales es interesante mencionar que M se sigue de K siempre que Θ sea finito. También es interesante mencionar que las reglas estructurales modales son instancias de las no modales, pero se incluyen para respetar la distinción establecida en la obra de referencia consultada para esta sección (Bimbó(2), 2014).

6 Corrección del Cálculo

Para concluir el apartado, daremos la prueba de corrección del cálculo. Para ello, es necesario aclarar previamente las nociones de prueba, teorema, y también hemos de aclarar cómo podemos interpretar las fórmulas de los secuentes para probar el teorema. Así pues:

6.1 Prueba y teorema

Una prueba es una secuencia finita de secuentes en la cual cada uno de ellos es obtenido de elementos previos de la prueba tras aplicar alguna de las reglas. Un teorema es la última fórmula de una prueba que cumpla la forma ⊢ A.



SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

6.2 Interpretación de los secuentes



Sea un seciente tal que $\Gamma \rightsquigarrow \Delta$, éste puede interpretarse como una F.b.f de la forma $\text{CONJ}(\Gamma) \rightarrow \text{DISY}(\Delta)$, donde $\text{CONJ}(\Gamma)$ es la gran conjunción de todas las fórmulas del conjunto Γ ; y $\text{DISY}(\Delta)$ es la gran disyunción de todas las fórmulas del conjunto Δ , siendo tales conjuntos finitos.

A la hora de interpretar los secuentes, las secuencias de fórmulas representadas por cada una de las letras griegas serán interpretadas en su forma más simple (como una sola fórmula del metalenguaje, de modo que $\Gamma = G, \Delta = D, \Theta = T, \Lambda = L\dots$).



6.3 Teorema de Corrección

El **teorema de corrección** afirma que si $\Gamma \rightsquigarrow \Delta$ es un seciente probable, entonces la relación de consecuencia es válida ($\Gamma \vdash \Delta$), lo cual, según la interpretación, es afirmar que $\text{CONJ}(\Gamma) \rightarrow \text{DISY}(\Delta)$ es una fórmula válida. Entonces, hemos de probar que una prueba correcta está construida por secuentes válidos.

Para probar el teorema hemos de usar la estrategia de inducción sobre la longitud de la prueba. Partiendo de un seciente válido [esto es, una fórmula válida tal que $\text{CONJ}(\Gamma) \rightarrow \text{DISY}(\Delta)$] hemos de probar que, según lo transformemos, usemos la regla que usemos, el resultado va a ser un seciente válido. Al seguir esta estrategia, por tanto, lo que hacemos es asumir la hipótesis de inducción (H.I) de que $\Gamma \rightsquigarrow \Delta$ en algún paso $n = m$ es válido. Para probar tal H.I hemos de demostrar que cuando la prueba consta de un solo paso ($n = 1$) se preserva la validez, y también que cada vez que se da un paso más ($n = k + 1$), también se preserva.

6.3.1 Caso en el que la prueba consta de un solo paso.

Si la prueba consta de un solo paso, tal paso ha de ser un axioma o una estancia de éste. Por ello, la fórmula es válida.

6.3.2 Casos en los que la prueba consta de más de un paso.

Como el cálculo consta de cuarenta y seis reglas, la prueba del teorema quedaría demasiado larga para aparecer completa en el trabajo. Por ello, solamente se expondrá de modo general cuál es la estrategia a seguir al realizar tales pruebas, y se expondrá también la prueba para la conectiva λ , a modo de ejemplo. En el apéndice del trabajo se podrá encontrar la prueba detallada de que cada una de las reglas preserva la validez.

Para probar que cada una de las reglas preserva la validez debemos interpretar los secuentes según se ha expuesto en 6.2. Así obtendremos una F.b.f en la parte superior del seciente y otra en la inferior. Entonces, hemos de asumir que la parte superior es válida y que la inferior no lo es. Estaremos siguiendo la estrategia de reducción al absurdo, y para cada una de las reglas, llegaremos a la conclusión de que es imposible que la parte superior sea válida y la inferior no, porque nos contradiremos. Por ello, la regla ha de ser válida, como queríamos demostrar.

A continuación, se exponen la prueba de corrección para las reglas de λ :

$$\text{La regla } \lambda \rightsquigarrow \text{preserva la validez.} \quad \frac{\Gamma, (\exists xA), \text{DEN}(t) \rightsquigarrow \Delta}{\Gamma, \langle \lambda xA(x) \rangle (t) \rightsquigarrow \Delta}$$

que según la H.I y la reducción al absurdo tendríamos que:

$$M, w, g \Vdash \{G \wedge [(\exists xA) \wedge \text{DEN}(t)]\} \rightarrow D \ \& \ M, w, g [G \wedge \langle \lambda xA(x) \rangle (t)] \rightarrow D.$$

(véase página siguiente)



www.solofici.org



SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

- | | |
|---|--|
| 1. $M = \langle S, I \rangle$ | Hip. |
| 2. $M, w, g \Vdash \{G \wedge [\exists xA \wedge \text{DEN}(t)]\} \rightarrow D$ & $M, w, g \Vdash [G \wedge \langle \lambda x.A(x) \rangle (t)] \rightarrow D$ | H.I & Red. |
| 3. $M, w, g \Vdash G \wedge [\exists xA \wedge \text{DEN}(t)]$ ó $M, w, g \Vdash D$ | Def. \rightarrow ;2 |
| 4. $M, w, g \Vdash G \wedge \langle \lambda x.A(x) \rangle (t)$ & $M, w, g \Vdash D$ | Def. \rightarrow ;2 |
| 5. $M, w, g \Vdash G \wedge [\exists xA \wedge \text{DEN}(t)]$ | 3; 4 |
| 6. $M, w, g \Vdash G$ ó $M, w, g \Vdash \exists xA \wedge \text{DEN}(t)$ | Def. \wedge ;5 |
| 7. $M, w, g \Vdash G$ & $M, w, g \Vdash \langle \lambda x.A(x) \rangle (t)$ | Def. \wedge ;4 |
| 8. $M, w, g \Vdash \exists xA \wedge \text{DEN}(t)$ | 6; 7 |
| 9. $M, w, g \Vdash \exists xA$ ó $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t)$ | Def. \wedge ;8 |
| 10. $M, w, g \Vdash A(t)$ para g_x° de g & $[t]^{M, w, g} \neq *$ | Def. λ ;7 |
| 11. $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t)$ | $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t) \Leftrightarrow [t]^{M, w, g} \neq *$; 10 |
| 12. $M, w, g \Vdash (\exists xA)$ | 9; 11 |
| 13. $M, w, g \Vdash A$ para cualquier g° x-variante de g en w | Def. \exists ; 12 |
| 14. $M, w, g \Vdash A_x^c$ | 13 |
| 15. $M, w, g \Vdash A(t)$ | Lema Sust.; 14 |

Pero 15 es imposible en tanto que aplicando las definiciones de satisficibilidad llegamos a este paso, pero no puede ser que una fórmula $[A(t)]$ sea válida y no válida en un modelo y un mundo según la misma asignación (como sucede en 10, que afirma que es válida para g° , y 15 que afirma que no es válida para cualquier g°). Entonces, hay una inconsistencia. Por tanto, si $M, w, g \Vdash \{G \wedge [\exists xA \wedge \text{DEN}(t)]\} \rightarrow D$, necesariamente $M, w, g \Vdash [G \wedge \langle \lambda x.A(x) \rangle (t)] \rightarrow D$, y queda demostrado que la regla preserva la validez.

$$\text{La regla } \Leftrightarrow \lambda \text{ preserva la validez: } \frac{\Gamma, \Leftrightarrow \forall xA \wedge \text{DEN}(t)}{\Gamma, \Leftrightarrow \langle \lambda x.A(x) \rangle (t)},$$

que según la H.I y la reducción al absurdo tendríamos que:

$$M, w, g \Vdash G \rightarrow [\forall xA \wedge \text{DEN}(t)] \text{ \& } M, w, g \Vdash G \rightarrow \langle \lambda x.A(x) \rangle (t).$$



- | | |
|---|--|
| 1. $M = \langle S, I \rangle$ & sea Normal. | Hip. |
| 2. $M, w, g \Vdash G \rightarrow [(\forall xA) \wedge \text{DEN}(t)]$ & $M, w, g \Vdash G \rightarrow \langle \lambda x.A(x) \rangle (t)$ | Hip. Red. |
| 3. $M, w, g \Vdash G$ ó $M, w, g \Vdash (\forall xA) \wedge \text{DEN}(t)$ | Def. \rightarrow ;2 |
| 4. $M, w, g \Vdash G$ & $M, w, g \Vdash \langle \lambda x.A(x) \rangle (t)$ | Def. \rightarrow ;2 |
| 5. $M, w, g \Vdash (\forall xA) \wedge \text{DEN}(t)$ | 3; 4 |
| 6. $M, w, g \Vdash (\forall xA)$ & $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t)$ | Def. \wedge ;5 |
| 7. $[t]^{M, w, g} \neq *$ | $M, w, g \Vdash \text{DEN}(t) \Leftrightarrow [t]^{M, w, g} \neq *$;6 |
| 8. $M, w, g \Vdash A(t)$ para g_x° de g ó $[t]^{M, w, g} = *$ | Def. λ ; 4 |
| 9. $M, w, g \Vdash A(t)$ para g_x° de g | 7; 8 |
| 10. $M, w, g \Vdash A_x^c$ para toda g° x-var de g en w | Def. \forall ;6 |
| 11. $M, w, g \Vdash A_x^c$ | 10 |
| 12. $M, w, g \Vdash A(t)$ | Lema Sust.; 11 |

SEGUNDO PREMIO: Parcialidad en Lógica Modal de Primer Orden

Pero I2 es imposible en tanto que aplicando las definiciones de satisfacibilidad llegamos a este paso, pero no puede ser que una fórmula $[A(\delta)]$ sea válida y no válida en un modelo y un mundo según la misma asignación (como sucede en 9, que afirma que no es válida para g' y I2, que afirma que es válida para toda g). Entonces, hay una inconsistencia. Por tanto, si $M, w, g \Vdash G \rightarrow [(\forall xA) \wedge \text{DEN}(\delta)]$, necesariamente $M, w, g \Vdash G \rightarrow \langle \lambda x.A(x) \rangle (t)$, y queda demostrado que la regla preserva la validez.

Realizando una prueba similar para el resto de reglas quedaría demostrado que cada una de ellas preserva la validez, de modo que sea como sea que lleguemos al final de una prueba en el cálculo, la fórmula resultado va a ser válida. Por tanto, $\Gamma \leftrightarrow \Delta$ es válido siempre que sea resultado de una regla de cálculo, y, por tanto, quedaría probada la H.I. y con ella el Teorema de Corrección. ■

Parte IV

Resultados, conclusiones y proyección futura

En la introducción se ha establecido que el objetivo del trabajo era comenzar una investigación en la Lógica Modal de Primer Orden con cuantificadores actualistas y proporcionar un cálculo de secuentes correcto según la semántica que estableciésemos. Podríamos considerar que tal objetivo ha sido alcanzado a lo largo de estas páginas en la medida en la que hemos presentado una lógica como la que se pretendía investigar, y también se ha proporcionado un cálculo de secuentes correcto.

En cuanto a la proyección futura del trabajo: ya se ha mencionado previamente que era sumamente amplia. La cuestión que más pronto debería abordarse podría ser proporcionar una prueba de completud para esta lógica. Pero no hay por qué quedarse solamente en K . Podría extenderse el sistema contemplando más axiomas modales y seguir probando que el sistema resultado es correcto y completo. Por otra parte, esta lógica podría seguir extendiéndose y expandiéndose si se tratase de investigar algo similar pero en lógica modal de orden superior; e incluso se podrían tratar todos los asuntos aquí expuestos desde la Lógica Híbrida, puesto que sería sumamente interesante tener elementos del lenguaje que permitiesen referirse a los mundos concretos en los cuales interpretamos los términos (y tal lógica cuenta con estos elementos). Finalmente, también podría ser interesante ver cómo afecta el asunto de la denotación y la existencia en más fenómenos problemáticos de la filosofía del lenguaje, como hacen Fitting y Mendelsohn para las descripciones definidas en su obra aquí citada.

Así pues, como se mencionó al comenzar, y como se acaba de exponer, la proyección futura de este trabajo es sumamente amplia, de modo que no cabe duda de que lo aquí se ha expuesto podría servir de trampolín para una serie de investigaciones futuras de lo más variadas.

Parte V

Bibliografía

Las fuentes con las que se ha trabajado para elaborar este trabajo se pueden agrupar en: fuentes para la Lógica Modal de Primer Orden; fuentes para el Cálculo de Secuentes; y fuentes complementarias (utilizadas con el fin de establecer una exposición clara, una notación concreta...). Así pues, la bibliografía del trabajo, siguiendo esta categorización, es la siguiente:

Fuentes de FOML

- Areces, C., Blackburn, P., Huertas, A. & Manzano, M., (2003) Completeness in Hybrid Type Theory. En Van Ditmarsch, H., Fitelson, B., Horty, J. & Restall, G., (Eds) *Journal of Philosophical Logic* 41 (6). Springer, pp. 1-9.
- Braüner, T., & Ghilardi, S. (2006). First-order Modal Logic. En Blackburn, P., Van Benthem, J., & Wolter F., (Eds.) *Handbook of Modal Logic* Vol. 3. Elsevier Science, pp. 549-620
- Fitting, M. & Mendelsohn, R.(1), (1998) Quantified Modal Logic. En Fitting, M. & Mendelsohn, R., *First Order Modal Logic*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 81-105.
- Fitting, M. & Mendelsohn, R.(2), (1998) Equality. En Fitting, M. & Mendelsohn, R., *First Order Modal Logic*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 149-150.
- Fitting, M. & Mendelsohn, R.(3), (1998) Terms and Predicate Abstraction. En Fitting, M. & Mendelsohn, R., *First Order Modal Logic*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 187-200.
- Fitting, M. & Mendelsohn, R.(4), (1998) Designation. En Fitting, M. & Mendelsohn, R., *First Order Modal Logic*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 230-241.

Fuentes de Cálculo de Secuentes

- Bimbó, K.(1), (2014). The sequent calculus LK . En Bimbó, K., *Proof Theory. Sequent Calculi and Related Formalisms*. pp. 11-21.
- Bimbó, K.(2), (2014). Sequent calculi for non-classical logics. En Bimbó, K., *Proof Theory. Sequent Calculi and Related Formalisms*. pp. 117-118.
- Ebbinghaus H.-D.; Flum J., & Thomas W. (1984) A Sequent Calculus. En Ebbinghaus H.-D.; Flum J., & Thomas W., (Eds) *Mathematical Logic (Second Edition)*. Springer-Verlag New York Inc., pp. 57-75.
- Manzano, M., (1996) Deductive Calculi. En Manzano, M., *Extensions of First Order Logic*. Cambridge University Press, pp. 69-81.
- Seligman, J., (2001) Internalization: The case of Hybrid Logics. En Areces, C. and Blackburn, P. (Eds) *Journal of Logic and Computation. special Issue on Hybrid Logics*. 11, pp. 671-689.
- Wansing, H. (2002) Sequent Systems for Modal Logics. En Gabbay, D., & Guenther, F. (Eds.), *Handbook of Philosophical Logic* Vol. 8. pp. 61-145.

Fuentes complementarias

- Manzano, M., Huertas, A., & Martins, M. (2018). *Completeness in Equational Hybrid Propositional Type Theory*. *Studia Logica*. Springer Netherlands, pp. 1-40.
- Manzano, M., & Moreno, M. C. (2017). *Identity, Equality, Nameability and Completeness*. *Bulletin of the Section of Logic* 43(6). pp. 169-195.
- Manzano, M., & Moreno, M. C. (2017). *Identity, Equality, Nameability and Completeness. Part II*. *Bulletin of the Section of Logic* 47 (3). pp. 141-158.

Septiembre de 2020

SOCIEDAD DE
LÓGICA,
METODOLOGÍA Y
FILOSOFÍA DE LA
CIENCIA EN
ESPAÑA

www.solofici.org

Para envíos al boletín:
davidpch@unizar.es

www.solofici.org

